CALCULO DE LA EFEMERIDES DEL COMETA DE HALLEY

JULIO GARAVITO A.
Director del Observatorio Astronómico Nacional de 1893 a 1919

1—Los elementos adoptados para este cómputo son los calculados por Crommelin, los cuales se hallan publicados en el *Astronomische Nachrichten* número 4359, y están reproducidos en el *Bulletin de la Société Astronomique de France,* diciembre de 1909.

Estos elementos son: -

Paso por el perihelio	20 de abril de 1910.
Longitud del nodo ascendente	57° 16′ 12″
Longitud del perihelio	111° 42′ 16″ (sic).
Inclinación de la órbita	162° 12′ 42″
Semieje mayor de la elipse	17.94527
Excentricidad	0.967281

Evidentemente hay una confusión en la longitud del perihelio y el argumento de latitud del perihelio, pues no es admisible el valor dado como longitud y sí lo es como argumento de latitud. El dato correcto es:

$$\omega = \omega' + \Omega = 111° \, 42' \, 16'' + 57° \, 16' 12'' = 168° \, 58' \, 38'' = \text{Longitud del perihelio.}$$

Además, la época del paso por el perihelio está incierta, pues no está expresado el instante preciso. Para poder calcular una efemérides aproximada es necesario rectificar la época del paso por el perihelio mediante una observación.

Los anteriores elementos han sido calculados por los astrónomos de Greenwich sobre las observaciones fotográficas de septiembre y octubre de 1909.

Para calcular el paso del cometa por el perihelio nos serviremos de una observación que hicimos el 19 de febrero con el ecuatorial que se había instalado en la cúpula.

El instrumento ecuatorial había apenas sido corregido de los siguientes errores: 1º perpendicularidad del eje óptico del anteojo al eje secundario; 2º error índice del círculo de declinación, y 3º inclinación del eje polar sobre el horizonte. La dirección azimutal del eje polar tenía un error de más de dos grados. No obstante, el instrumento podía utilizarse aun con ese error, computando su influencia en la observación.

* * *

CALCULO DE LAS CONSTANTES DE GAUSS

Estas se determinan por medio de las fórmulas siguientes:

$$n \cos N = \cos \Omega \cos i \qquad a \cos A = -\cos i \operatorname{sen} \Omega \qquad b \operatorname{sen} B = \operatorname{sen} \Omega \cos E$$

$$n \operatorname{sen} N = \operatorname{sen} i \qquad a \operatorname{sen} A = \cos \Omega \qquad b \cos B = n \cos (N + E)$$

$$c \operatorname{sen} C = \operatorname{sen} \Omega \operatorname{sen} E \qquad c \cos C = n \operatorname{sen} (N + E)$$

en las cuales:

$$\Omega = 57° \, 16' \, 12'' \qquad i = 162° \, 12'42'' \qquad E = 23° \, 27' \, 3'' \, 58$$

$$\log \operatorname{sen} \Omega = \overline{1}.9249136 + \qquad \log \cos i = \overline{1}.9787244 - \qquad \log \cos E = \overline{1}.9625591 +$$

$$\log \cos \Omega = \overline{1}.7329410 + \qquad \log \operatorname{sen} i = \overline{1}.4850133 + \qquad \log \operatorname{sen} E = \overline{1}.5998444 +$$

$$\log n \operatorname{sen} N = \overline{1}.4850133 + \qquad \log n \operatorname{sen} N = \overline{1}.4850133 +$$

$$\log n \cos N = \overline{1}.7116654 - \qquad \log \operatorname{sen} N = \overline{1}.7078396 +$$

$$\log \operatorname{tang} N = \overline{1}.7733479 - \qquad \log n = \overline{1}.7771737 +$$

$$\log n = \overline{1}.7771737 + \qquad N = 149° \, 18' \, 54'' \, 3 \qquad N + E = 180° - 7° \, 14' \, 2'' \, 1$$

$$N = 180° - 30° \, 41' \, 5'' \, 7 \qquad \log \operatorname{sen} (N + E) = \overline{1}.1000965 + \qquad \log \cos (N + E) = \overline{1}.9965293 -$$

$$\log a \operatorname{sen} A = \overline{1}.7329410 + \qquad \log a \operatorname{sen} A = \overline{1}.7329410 +$$

$$\log a \cos A = \overline{1}.9036380 + \qquad \log \operatorname{sen} A = \overline{1}.7477785 +$$

$$\log \operatorname{tang} A = \overline{1}.8293030 + \qquad \log a = \overline{1}.9851625 +$$

$$\log a = \overline{1}.9851625 + \qquad A = +34° \, 1' \, 9'' \, 5$$

$$\log \operatorname{sen} \Omega = \overline{1}.9249136 + \qquad \log n = \overline{1}.7771737 + \qquad \log b \operatorname{sen} B = \overline{1}.8874727 +$$

$$\log \cos E = \overline{1}.9625591 + \qquad \log \cos (N + E) = \overline{1}.9965293 - \qquad \log \operatorname{sen} B = \overline{1}.8990026 +$$

$$\log b \operatorname{sen} B = \overline{1}.8874727 + \qquad \log b \cos B = \overline{1}.7737030 - \qquad \log b = \overline{1}.9884701 +$$

$$\log b \cos B = \overline{1}.7737030 -$$

$$\log \operatorname{tang} B = 0.1137697 -$$

$$B = 180° - 52° \, 25' \, 13'' \, 2$$

$$\log \operatorname{sen} \Omega = \overline{1}.9249136 + \qquad \log n = \overline{1}.7771737 + \qquad \log c \operatorname{sen} C = \overline{1}.5247580 +$$

$$\log \operatorname{sen} E = \overline{1}.5998444 + \qquad \log \operatorname{sen} (N + E) = \overline{1}.1000965 + \qquad \log \operatorname{sen} C = \overline{1}.9892602 +$$

$$\log c \operatorname{sen} C = \overline{1}.5247580 + \qquad \log c \cos C = \overline{2}.8772702 + \qquad \log c = \overline{1}.5354978 +$$

$$\log c \cos C = \overline{2}.8772702 +$$

$$\log \operatorname{tang} C = 0.6474878 +$$

$$C = +77° \, 18' \, 37'' \, 1$$

* * *

OBSERVACION DEL COMETA EN BOGOTA EL 19 DE FEBRERO

La observación se efectuó de la manera siguiente:

Se dirigió el anteojo del instrumento al occidente del cometa de manera que éste atravesara el campo siguiendo el hilo central de declinación. Se anotaron las horas en que apareció y desapareció del campo, y se leyó en los círculos del instrumento el ángulo horario y la distancia polar. Se modificó la posición del anteojo con el fin de hacer las mismas observaciones respecto a Saturno.

OBSERVACION DEL COMETA

Aparición del cometa en el campo del anteojo...............................	$C_1 = 7^h \, 59^m \, 13^s$
Desaparición del cometa en el campo del anteojo	$C_2 = 8^h \, 1^m \, 51^s$
Paso del cometa por el hilo horario central	$C = 8^h \, 0^m \, 32^s$
Angulo horario (instrumental)	$AH = 5^h \, 7^m \, 55^s$
Distancia polar norte (instrumental)	$\triangle_n = 80° \, 0' \, 0''$
Distancia polar sur (instrumental)	$\triangle_s = 100° \, 0' \, 10''$

Distancia polar norte del cometa $= 79° \, 59' \, 55'' + e$.

(e representa el error en distancia polar proveniente de la desviación azimutal del eje polar del instrumento).

PRIMERA OBSERVACION DE SATURNO

Aparición de Saturno en el campo del anteojo	$C'_1 = 8^h \, 11^m \, 26^s$
Desaparición de Saturno del campo del anteojo..............................	$C'_2 = 8^h \, 14^m \, 6^s$
Paso de Saturno por el hilo horario central..................................	$C' = 8^h \, 12^m \, 46^s$
Angulo horario (instrumental)	$AH' = 4^h \, 46^m \, 4^s \, 5$
Distancia polar norte (instrumental)	$\triangle'_n = 82° \, 26' \, 20''$
Distancia polar sur (instrumental)	$\triangle'_s = 97° \, 33' \, 30''$

Distancia polar norte de Saturno $= 82° \, 26' \, 25'' + e'$.

(e' representa el error de Saturno en distancia polar causado por la desviación E azimutal del eje del instrumento).

SEGUNDA OBSERVACION DE SATURNO

Aparición de Saturno en el campo del anteojo	$C''_1 = 8^h \, 33^m \, 15^s$
Desaparición de Saturno del campo del anteojo	$C''_2 = 8^h \, 35^m \, 50^s$
Paso de Saturno por el hilo horario central	$C'' = 8^h \, 34^m \, 32^s \, 5$
Angulo horario (instrumental)	$AH = AH'' = 5^h \, 7^m \, 55^s$
Distancia polar norte (instrumental)	$\triangle''_n = 82° \, 21' \, 20''$
Distancia polar sur (instrumental)	$\triangle''_s = 97° \, 37' \, 30''$

Distancia polar norte de Saturno $= 82° \, 21' \, 55'' + e''$.

(e'' siendo el error en distancia polar proveniente del error E azimutal del instrumento).

CALCULO DE LOS ERRORES e' Y e''

Declinación de Saturno el 19 de febrero a medio día tiempo medio de París	$\delta_0 = +5° 30' 44'' 8$
Variación por hora $= +5'' 92$.	
Variación en $(8^h2 + 5^h1 = 13^h3) = 13^h3 \times 5'' 92 = 78'' 7$	$= \quad 1' 18'' 7$
Declinación de Saturno (primera observación)	$\delta' = +5° 32' \ 3'' 5$
Distancia polar de Saturno (primera observación	$90° - \delta' = 84° 27' 56'' 5$
Distancia polar norte instrumental (primera observación)	$\triangle'_n = 82° 26' 25'' 0$
Error en declinación correspondiente a la primera observación	$e' = 2° \ 1' 31'' 5$
Declinación de Saturno el 19 de febrero a medio día tiempo medio de París	$\delta_0 = +5° 30' 44'' 8$
Variación en $(8^h57 + 5^h10 = 13^h67) = 13^h67 \times 5'' 92$	$= \quad 1' 20'' 9$
Declinación de Saturno (segunda observación)........................	$\delta'' = +5° 32' \ 5'' 7$
Distancia polar norte de Saturno (segunda observación)	$90° - \delta'' = 84° 27' 54'' 3$
Distancia polar norte (instrumental) (segunda observación)	$\triangle''_n = 82° 21' 55'' 0$
Error en declinación correspondiente a la segunda observación	$e'' = 2° \ 5' 59'' 3$

CALCULO DEL ERROR AZIMUTAL E DEL INSTRUMENTO

Se tiene evidentemente:

$$E \operatorname{sen} AH' = e' \qquad E \operatorname{sen} AH = e''$$

$$AH' = 4^h 46^m 4^s5 = 71° 31' 7'' 5$$

$$AH = AH'' = 5^h 7^m 55^s = 76° 58' 45''$$

$$\log e' = 3.8628169 \qquad E_1 = 2° 8' \ 8'' 0$$

$$\log \operatorname{sen} AH' = \bar{1}.9770041 \qquad E_2 = 2° 9' 18'' 8$$

$$\log E_1 = 3.8858128 \qquad 2E = 4° 17' 26'' 8$$

$$E = 2° 8' 43'' 4$$

$$\log e = 3.8878085 \qquad \log e = 3.8784816 \qquad e_1 = 2° \ 5' 24'' 8$$

$$\log \operatorname{sen} AH = \bar{1}.9886874 \qquad \log \operatorname{sen} AH = \bar{1}.9886874 \qquad e'' = e_0 = 2° \ 5' 59'' 3$$

$$\log e_1 = 3.8764959 \qquad \log E = 3.8897942 \qquad 2e = 4° 11' 24'' 1$$

$e = 2° 5' 42'' 0 =$ error del cometa en declinación.

ERROR EN ASCENSION RECTA PROVENIENTE DE LA DESVIACION E DEL INSTRUMENTO EN AZIMUT

Llamando $\triangle\alpha$ este error, $\delta_{\text{☄}}$ la declinación del cometa, $\delta_{\text{♄}}$ la declinación de Saturno, y considerando los triángulos esféricos formados por el polo de la esfera celeste, el polo del instrumento, Saturno en su segunda observación y el cometa se halla

$$\operatorname{sen} \triangle\alpha = \frac{\operatorname{sen}(\delta_{\text{♄}} - \delta_{\text{☄}})}{\cos \delta_{\text{☄}}} \cdot \frac{\cos AH}{\cos \delta_{\text{♄}}} \operatorname{sen} E$$

$$\log \operatorname{sen}(\delta_{\text{♄}} - \delta_{\text{☄}}) = \bar{2}.6169087 - \qquad \log \cos \delta_{\text{☄}} = \bar{1}.9958528 +$$

$$\log \cos AH = \bar{1}.3527715 + \qquad \log \cos \delta_{\text{♄}} = \bar{1}.9979716 +$$

$$\log \operatorname{sen} E = \bar{2}.5730908 + \qquad \bar{1}.9938244 +$$

$$\bar{4}.5427710 -$$

$$\bar{1}.9938244 +$$

$$\log \operatorname{sen} \triangle\alpha = \bar{4}.5489466 - \qquad \triangle\alpha = 1' 13'' 0 = -4^s87$$

* * *

CALCULO DE LA DECLINACION DEL COMETA

Distancia polar instrumental del cometa	$= 79° 59' 55'' 0$
Error instrumental	$e = 2° \ 5' 42'' 0$
Distancia polar norte	$= 82° \ 5' 37'' 0$
Declinación del cometa	$= + \ 7° 54' 23'' 0$

CALCULO DE LA ASCENSION RECTA DEL COMETA

Intervalo de tiempo medio entre la observación del cometa y la primera observación de Saturno	$12^m 14^s0$
Corrección para reducir a tiempo sidéreo	2^s0
Intervalo en tiempo sidéreo	$12^m 16^s0$
Diferencia de ángulos horarios	$21^m 50^s5$
Diferencia instrumental en ascensión recta	$34^m \ 6^s5$
Intervalo entre la observación del cometa y la segunda observación de Saturno ..	$34^m 0^s5$
Reducción a tiempo sidéreo	$= 5^s6$
Diferencia instrumental en ascensión recta	$34^m 6^s1$
Promedio de las diferencias instrumentales en ascensión recta	$34^m 6^s30$
Error instrumental en ascensión recta	$+ 4^s87$
Diferencia entre las ascensiones rectas de Saturno y del cometa	$= 34^m 11^s17$
Ascensión recta de Saturno al instante del promedio de las observaciones	$= 1^h 16^m \ 9^s95$
$\alpha_{\text{♄}} - \alpha_{\text{☄}}$	$= 34^m 11^s17$
Ascensión recta del cometa .... $\alpha_{\text{☄}}$	$= 0^h 41^m 58^s78$

Posición aparente del cometa. Febrero $19^d.333$ t. m. de Bogotá.

Ascensión recta aparente del cometa $= 0^h 41^m 58^s78$. Declinación aparente del cometa $= +7° 54' 23'' 0$

Reducción al equinoccio medio: $\quad + 1^s 42 \qquad + 7'' 4$

$$\alpha_{\text{☄ med}} = 0^h 42^m 0^s 20 \qquad \delta_{\text{☄ med}} = +7° 54' 30'' 4$$

* * *

CALCULO DE LA EPOCA DEL PASO DEL COMETA POR EL PERIHELIO

Para hallar la época del paso del cometa por el perihelio, determinaremos la anomalía verdadera correspondiente a la posición ocupada por el cometa el 19 de febrero a las $8^h 0^m 32^s$ p. m., tiempo medio civil de Bogotá.

Sean $a\, b\, c$ y $A\, B\, C$ las constantes de Gauss; u el argumento de latitud del cometa; r la distancia del cometa al sol; $\triangle$ la distancia a la tierra; δ y α la declinación y la ascensión recta del cometa. Tendremos, llamando $X\, Y$ y Z las coordenadas rectangulares geocéntricas del sol referidas al equinoccio medio de 1910, 0:

$$\triangle \cos\delta \cos\alpha = X + a\, r \operatorname{sen}(A + u) \qquad \triangle \cos\delta \operatorname{sen}\alpha = Y + b\, r \operatorname{sen}(B + u)$$

$$\triangle \operatorname{sen}\delta = Z + c\, r \operatorname{sen}(C + u)$$

Tomaremos como incógnitas $\triangle$ $\ r\cos u\ $ y $\ r \operatorname{sen} u\ $ con lo cual las ecuaciones quedan reducidas a la forma lineal siguiente:

$$\cos\delta \cos\alpha.\, \triangle - a \operatorname{sen} A\, (r \cos u) - a \cos A\, (r \operatorname{sen} u) = X$$

$$\cos\delta \operatorname{sen}\alpha.\, \triangle - b \operatorname{sen} B\, (r \cos u) - b \cos B\, (r \operatorname{sen} u) = Y$$

$$\operatorname{sen}\delta.\, \triangle - c \operatorname{sen} C\, (r \cos u) - c \cos C\, (r \operatorname{sen} u) = Z$$

El denominador común de los valores de las incógnitas será

$$D = \left\{ \begin{matrix} \cos\delta \cos\alpha & a \operatorname{sen} A & a \cos A \\ \cos\delta \operatorname{sen}\alpha & b \operatorname{sen} B & b \cos B \\ \operatorname{sen}\delta & c \operatorname{sen} C & c \cos C \end{matrix} \right\}$$

y los numeradores $N_1 \ N_2 \ N_3$ se deducirán fácilmente.

Poniendo para simplificar: $\quad H = \cos\delta \cos\alpha \qquad G = \cos\delta \operatorname{sen}\alpha \quad$ se tendrá:

$$D = b\, c\, H \operatorname{sen}(B - C) + a\, c\, G \operatorname{sen}(C - A) + a\, b \operatorname{sen}\delta \operatorname{sen}(A - B)$$

$$N_1 = X\, b\, c \operatorname{sen}(B - C) + Y\, a\, c \operatorname{sen}(C - A) + Z\, a\, b \operatorname{sen}(A - B)$$

$$N_2 = X\, [c\, G \cos C - b \cos B \operatorname{sen}\delta] + Y\, [a \cos A \operatorname{sen}\delta - c\, H \cos C] + Z\, [b\, H \cos B - a\, G \cos A]$$

$$N_3 = X\, [b \operatorname{sen} B \operatorname{sen}\delta - c\, G \operatorname{sen} C] + Y\, [c\, H \operatorname{sen} C - a \operatorname{sen} A \operatorname{sen}\delta] + Z\, [a\, G \operatorname{sen} A - b\, H \operatorname{sen} B]$$

Y por tanto:

$$\triangle = \frac{N_1}{D} \qquad r \cos u = \frac{N_2}{D} \qquad r \operatorname{sen} u = \frac{N_3}{D}$$

Datos: $T_0 = 1910$ febrero $19^{d}333$, tiempo medio astronómico de Bogotá;

$$\begin{array}{rrr}
\log \operatorname{sen} \alpha = \bar{1}.2606728 + & \log \operatorname{sen} \delta = \bar{1}.1385886 + & \log X = \bar{1}.9349807 + \\
\log \cos \alpha = \bar{1}.9926647 + & \log \cos \delta = \bar{1}.9958498 + & \log Y = \bar{1}.6496043 - \\
\log G = \bar{1}.2565226 + & \log H = \bar{1}.9885145 + & \log Z = \bar{1}.2868883 -
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrr}
\log a = \bar{1}.9851625 + & \log \operatorname{sen} A = \bar{1}.7477785 + & \log \cos A = \bar{1}.9184755 + \\
\log b = \bar{1}.9884701 + & \log \operatorname{sen} B = \bar{1}.8990026 + & \log \cos B = \bar{1}.7852330 - \\
\log c = \bar{1}.5354978 + & \log \operatorname{sen} C = \bar{1}.9892602 + & \log \cos C = \bar{1}.3417722 +
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrr}
\log a\, b = \bar{1}.9736326 + & \log b\, c = \bar{1}.5239679 + & \log c\, a = \bar{1}.5206603 + \\
\log \operatorname{sen} (B - C) = \bar{1}.8859590 + & \log \operatorname{sen} (C - A) = \bar{1}.8361367 + & \log \operatorname{sen} (A - B) = \bar{1}.9991609 -
\end{array}$$

CALCULO DE D

$$\begin{array}{rrr}
\log b\, c = \bar{1}.5239679 + & \log a\, c = \bar{1}.5206603 + & \log a\, b = \bar{1}.9736326 + \\
\log H = \bar{1}.9885145 + & \log G = \bar{1}.2565226 + & \log \operatorname{sen} \delta = \bar{1}.1385886 + \\
\log \operatorname{sen} (B - C) = \underline{\bar{1}.8859590 +} & \log \operatorname{sen} (C - A) = \underline{\bar{1}.8361367 +} & \log \operatorname{sen} (A - B) = \underline{\bar{1}.9991609 -} \\
\log I = \bar{1}.3984414 + & \log II = \bar{2}.6133196 + & \log III = \bar{1}.1113821 -
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrr}
I = +\,0.2502888 & +\,0.2913394 & \\
II = \underline{+\,0.0410506} & III\ \underline{-\,0.1292356} & \\
+\,0.2913394 & D = +\,0.1621038 & \log D = \bar{1}.2097932 +
\end{array}$$

CALCULO DE N_1

$$\begin{array}{rrr}
\log X = \bar{1}.9349807 + & \log Y = \bar{1}.6496043 - & \log Z = \bar{1}.2868883 - \\
\log b\, c = \bar{1}.5239679 + & \log a\, c = \bar{1}.5206603 + & \log a\, b = \bar{1}.9736326 + \\
\log \operatorname{sen} (B - C) = \underline{\bar{1}.8859590 +} & \log \operatorname{sen} (C - A) = \underline{\bar{1}.8361367 +} & \log \operatorname{sen} (A - B) = \underline{\bar{1}.9991609 -} \\
\log I' = \bar{1}.3449076 + & \log II' = \bar{1}.0064013 - & \log III' = \bar{1}.2596818 +
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrrr}
I' = +\,0.2212624 & +\,0.4030992 & & \log N_1 = \bar{1}.4794520 + \\
III' = \underline{+\,0.1818368} & II' = \underline{-\,0.1014848} & & \log D = \underline{\bar{1}.2097932 +} \\
+\,0.4030992 & N_1 = +\,0.3016144 & \triangle = 1.8606 & \log \triangle = 0.2696588 +
\end{array}$$

CALCULO DE N_2

$$\begin{array}{rrr}
\log c = \bar{1}.5354978 + & \log b = \bar{1}.9884701 + & \\
\log G = \bar{1}.2565226 + & \log \cos B = \bar{1}.7852330 - & \xi_1 = +\,0.0136079 \\
\log \cos C = \underline{\bar{1}.3417722 +} & \log \operatorname{sen} \delta = \underline{\bar{1}.1385886 +} & \xi_2 = \underline{-\,0.0817131} \\
\log \xi_1 = \bar{2}.1337926 + & \log \xi_2 = \bar{2}.9122917 - & \xi = +\,0.0953210
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrr}
\log a = \bar{1}.9851625 + & \log c = \bar{1}.5354978 + & \\
\log \cos A = \bar{1}.9184755 + & \log H = \bar{1}.9885145 + & \eta_1 = +\,0.1102114 \\
\log \operatorname{sen} \delta = \underline{\bar{1}.1385886 +} & \log \cos C = \underline{\bar{1}.3417722 +} & \eta_2 = \underline{+\,0.0734149} \\
\log \eta_1 = \bar{1}.0422266 + & \log \eta_2 = \bar{2}.8657845 + & \eta = +\,0.0367965
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrr}
\log b = \bar{1}.9884701 + & \log a = \bar{1}.9851625 + & \\
\log H = \bar{1}.9885145 + & \log G = \bar{1}.2565226 + & \zeta_1 = -\,0.5783857 \\
\log \cos B = \underline{\bar{1}.7852330 -} & \log \cos A = \underline{\bar{1}.9184755 +} & \zeta_2 = \underline{+\,0.1445974} \\
\log \zeta_1 = \bar{1}.7622176 - & \log \zeta_2 = \bar{1}.1601606 + & \zeta = -\,0.7229831
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrr}
\log X = \bar{1}.9349807 + & \log Y = \bar{1}.6496043 - & \log Z = \bar{1}.2868883 - \\
\log \xi = \underline{\bar{2}.9791876 +} & \log \eta = \underline{\bar{2}.5658065 +} & \log \zeta = \underline{\bar{1}.8591282 -} \\
\log (1) = \bar{2}.9141683 + & \log (2) = \bar{2}.2154108 - & \log (3) = \bar{1}.1460165 +
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrr}
(1) = +\,0.0820669 & +\,0.2220309 & \log N_2 = \bar{1}.3130431 + \\
(3) = \underline{+\,0.1399640} & (2) = \underline{-\,0.0164214} & \log D = \underline{\bar{1}.2097932 +} \\
+\,0.2220309 & N_2 = +\,0.2056095 & \log (r \cos u) = 0.1032499 +
\end{array}$$

CALCULO DE N_3

$$\begin{array}{rrr}
\log b = \bar{1}.9884701 + & \log c = \bar{1}.5354978 + & \\
\log \operatorname{sen} B = \bar{1}.8990026 + & \log G = \bar{1}.2565226 + & \xi'_1 = +\,0.1061845 \\
\log \operatorname{sen} \delta = \underline{\bar{1}.1385886 +} & \log \operatorname{sen} C = \underline{\bar{1}.9892602 +} & \xi'_2 = \underline{+\,0.0604339} \\
\log \xi'_1 = \bar{1}.0260613 + & \log \xi'_2 = \bar{2}.7812806 + & \xi' = +\,0.0457506
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrr}
\log c = \bar{1}.5354978 + & \log a = \bar{1}.9851625 + & \\
\log H = \bar{1}.9885145 + & \log \operatorname{sen} A = \bar{1}.7477785 + & \eta'_1 = +\,0.3260412 \\
\log \operatorname{sen} C = \underline{\bar{1}.9892602 +} & \log \operatorname{sen} \delta = \underline{\bar{1}.1385886 +} & \eta'_2 = \underline{+\,0.0743926} \\
\log \eta'_1 = \bar{1}.5132725 + & \log \eta'_2 = \bar{2}.8715296 + & \eta' = +\,0.2516486
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrr}
\log b = \bar{1}.9884701 + & \log a = \bar{1}.9851625 + & \\
\log H = \bar{1}.9885145 + & \log G = \bar{1}.2565226 + & \zeta'_1 = +\,0.0976031 \\
\log \operatorname{sen} B = \underline{\bar{1}.8990026 +} & \log \operatorname{sen} A = \underline{\bar{1}.7477785 +} & \zeta'_2 = \underline{+\,0.7516007} \\
\log \zeta'_2 = \bar{1}.8759872 + & \log \zeta'_1 = \bar{2}.9894636 + & \zeta' = -\,0.6539976
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrr}
\log X = \bar{1}.9349807 + & \log Y = \bar{1}.6496043 - & \log Z = \bar{1}.2868883 - \\
\log \xi' = \underline{\bar{2}.66039668 +} & \log \eta' = \underline{\bar{1}.4007945 +} & \log \zeta' = \underline{\bar{1}.8155761 -} \\
\log (1)' = \bar{2}.5953775 + & \log (2)' = \bar{1}.0503988 - & \log (3) = \bar{1}.1024644 +
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrr}
(1)' = +\,0.0393892 & +\,0.1659981 & u = +\,14^\circ\ 38'\ ''7 \\
(3)' = \underline{+\,0.1266089} & (2)' = \underline{-\,0.1123049} & \omega = \underline{111^\circ\ 42' 16''\ 0} \\
+\,0.1659981 & N_3 = +\,0.0536932 & v = -\,97^\circ\ \ 4'\ \ 8''\ 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrr}
& \log N_3 = \bar{2}.7299193\ + & \\
& \log D = \underline{\bar{1}.2097932\ +} & \\
r = 1.31091 & \log (r \operatorname{sen} u) = \bar{1}.5201261 + & \log r \cos u = 0.1032499 + \\
& \log (r \cos u) = \underline{0.1032499 +} & \log \cos u = \underline{\bar{1}.9856748 +} \\
& \log \operatorname{tang} u = \bar{1}.4168762 + & \log r = 0.1175751 +
\end{array}$$

* * *

VERIFICACION

Consideremos el triángulo formado por el sol, la tierra y el cometa, y llamemos R la distancia de la tierra al sol, $\triangle$ la de la tierra al cometa y r la del cometa al sol.

Tendremos $$r^2 = R^2 + \triangle^2 - 2R\triangle \cos (\bigcirc \overset{+}{\star})$$

Del triángulo esférico formado por el cometa, el sol y el polo norte de la esfera celeste, se deduce:

$$\cos (\bigcirc \overset{+}{\star}) = \operatorname{sen} \delta\bigcirc \operatorname{sen} \delta\overset{+}{\star} + \cos \delta\bigcirc \cos \delta\overset{+}{\star} \cos (\alpha\overset{+}{\star} - \alpha\bigcirc)$$

Y poniendo: $\tan g\, \phi = \operatorname{cotang} \delta\bigcirc \cos (\alpha\overset{+}{\star} - \alpha\bigcirc)$ se tendrá: $\cos (\bigcirc \overset{+}{\star}) = \dfrac{\operatorname{sen} \delta\bigcirc}{\cos \phi} \operatorname{sen} (\phi + \delta\overset{+}{\star})$

$$\begin{aligned}
\log \operatorname{cotang} \delta\bigcirc &= 0.6996236 - \\
\log \cos (\alpha\overset{+}{\star} - \alpha\bigcirc) &= \bar{1}.8971041 + \\
\log \tan g\, \phi &= 0.5967277 - \\
\delta\overset{+}{\star} &= +\ \ 7^\circ\, 54'\, 23''\, 0 \\
\phi &= -\ 75^\circ\, 47'\, 50''\, 4 \\
\delta\overset{+}{\star} - \phi &= -\ 67^\circ\, 53'\, 27''\, 4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\log \operatorname{sen} \delta\bigcirc &= \bar{1}.2918847 - \\
\log \operatorname{sen} (\phi + \delta\overset{+}{\star}) &= \bar{1}.9668194 - \\
&\ \bar{1}.2587041 + \\
\log \cos \phi &= \bar{1}.3897905 + \\
\log \cos (\bigcirc\overset{+}{\star}) &= \bar{1}.8689136 + \\
\log 2 &= 0.3010300 + \\
\log R &= \bar{1}.9951455 + \\
\log \triangle &= 0.2696588 + \\
\log [2R\triangle \cos (\bigcirc\overset{+}{\star})] &= 0.4347479 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R^2 &= 0.977892 & R^2 + \triangle^2 &= 0.439817 \\
\triangle^2 &= 3.461925 & 2R\triangle \cos (\bigcirc\overset{+}{\star}) &= 2.721121 \\
&\ \ \ 4.439817 & r^2 &= 1.718696 \\
\log r^2 &= 0.2351991 & & \\
\log r &= 0.1175995 & r &= 1.31099
\end{aligned}$$

La diferencia entre los dos valores de r es solamente de 0.00008, cantidad muy pequeña, lo cual indica que los valores hallados para las constantes de Gauss son bastante aproximados. Tomaremos para valor de r la media geométrica de los dos valores hallados:

$$\begin{array}{r} 0.1175751 \\ 0.1175995 \\ \hline 0.2351746 \end{array} \quad \text{cuyo logaritmo es:} \quad \log r = 0.1175873$$

* * *

CALCULO DE LA ANOMALIA VERDADERA v

$$\begin{aligned}
\log r &= 0.1175873 + \\
\log a &= 1.2539500 + \\
\log \frac{r}{a} &= \bar{2}.8636373 \\
\frac{r}{a} &= 0.0730529 \\
1 - \frac{r}{a} &= 0.9269471
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\log \left(1 - \frac{r}{a}\right) &= \bar{1}.9670553 \\
\log e &= \bar{1}.9855526 \\
\log \cos E &= \bar{1}.9815027 \\
E &= 16^\circ\, 36'\, 14''\, 3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\log \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} &= 0.8895332 + \\
\log \tan g\, \tfrac{1}{2} E &= 1.1641136 + \\
\log \tan g\, \tfrac{1}{2} v &= 0.0536468 + \\
\tfrac{1}{2} v &= -\ 48^\circ\, 31'\, 47''\, 3 \\
v &= -\ 97^\circ\ \ 3'\, 34''\, 6
\end{aligned}$$

La diferencia entre los dos valores hallados para v, a saber: 97° 4′ 8″ 37 — 97° 3′ 34″ 6 es de 33″ 7, lo que equivale a $2^s\,2$ en ascensión recta. Esta diferencia puede provenir de varias causas, a saber: de error en la excentricidad e, en la longitud del perihelio, o, en fin, en la observación. Adoptaremos el último de los valores hallados para v, esto es: 97° 3′ 34″ 6.

* * *

CALCULO DEL INSTANTE DEL PASO DEL COMETA POR EL PERIHELIO

$$\begin{aligned}
E = 16^\circ\, 36'\, 14''\, 3 &= 16.60397 \\
e \operatorname{sen} E &= 15.83684 \\
n\, t &= \ \ 0.76713
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\log e^0 &= 1.7436752 \\
\log \operatorname{sen} E &= \bar{1}.4559936 \\
\log e \operatorname{sen} E &= 1.1996688
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\log n\, t &= \bar{1}.8848690 \\
\log n &= \bar{2}.1127799 \\
\log t &= 1.7720891
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_1 &= 1910 \text{ febrero } 19^d\, 333 \\
T_1 &= 1910 + \ \ 49^d\, 333 \\
t &= \qquad\ \ 59^d\, 168
\end{aligned}$$

$$T_0 = 1910 + 108^d\, 501 = 1910 \text{ abril } 19\, 501$$

El cometa pasará pues por el perihelio el 19 de abril a las $12^h\, 1^m\, 44$ de la noche, tiempo medio astronómico de Bogotá, o sea, de Greenwich abril $19^d\, 707$. Los cálculos efectuados en Europa sobre observaciones de septiembre y octubre asignan para el instante del paso abril, $19^d\, 650$. La diferencia $0^d\, 057 = 1^h\, 22^m\, 1$ proviene quizás de las perturbaciones en el movimiento medio, debidas a las influencias planetarias en el intervalo de tiempo transcurrido entre octubre y febrero. Es natural que la fecha que hemos calculado requiera una corrección debida a las perturbaciones entre febrero y abril. En este cálculo nos ocuparemos en una segunda aproximación.

Para hallar los instantes correspondientes al principio y fin del paso del cometa por el disco del sol, principiaremos por determinar las épocas correspondientes al paso del cometa y de la tierra por el nodo descendente de la órbita cometaria.

* * *

EPOCA DEL PASO DEL COMETA POR EL NODO DESCENDENTE

$$\begin{aligned}
\hat{\omega} - \mho &= 111^\circ\, 42'\, 16'' \\
v\mho = \mho - \hat{\omega} &= \ \ 68^\circ\, 17'\, 44'' \\
\tfrac{1}{2} v\mho &= \ \ 34^\circ\ \ 8'\, 52''
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\log \tan g\, \tfrac{1}{2} v\mho &= \bar{1}.8314012 + \\
\log \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} &= 0.8895332 + \\
\log \tan g\, \tfrac{1}{2} E &= \bar{2}.9418680 + \\
\tfrac{1}{2} E &= 4^\circ\, 59'\, 56''\, 55
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\log e &= 1.7436752 + \\
\log e \operatorname{sen} E &= \bar{1}.2395878 + \\
\log e \operatorname{sen} E &= 0.9832630 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E &= 9^\circ 998083 & \log n\, t &= \bar{1}.5753437 + & T_0 &= 1910\text{-}108^d 501 \\
e \operatorname{sen} E &= 9.621948 & \log n &= \bar{2}.1127799 + & t &= \qquad 29^d\, 011 \\
n\, t &= 0.376135 & \log t &= 1.4625638 + & T\mho &= 1910\text{-}137^d\, 512
\end{aligned}$$

$T\mho = 1910\text{-}137^d\, 512 = 1910$ mayo $18{,}512 = 1910$ mayo 18 a $12^h\, 17^m\, 28$, tiempo medio astronómico de Bogotá.

* * *

EPOCA DEL PASO DE LA TIERRA POR EL NODO DESCENDENTE

El instante en que la tierra atraviesa el nodo descendente es el mismo en que el sol pasa por el nodo ascendente, esto es, cuando la longitud geocéntrica del sol, contada a partir del equinoccio medio, sea igual a la longitud del nodo $\Omega = 57^\circ\, 16'\, 12''$.

$$\begin{aligned}
& & \Omega &= 57^\circ\, 16'\, 12''\, 0 \\
&\text{Mayo 18 a medio día t. m. de París} & \bigcirc &= 56^\circ\, 39'\ \ 6''\, 8 \\
&\text{Variación por día} = v = 57'\, 742 & \Omega - \bigcirc &= \ \ 0^\circ\, 37'\ \ 5''\, 2
\end{aligned}$$

Intervalo transcurrido después de medio día de París hasta el paso de la tierra por el nodo descendente $= t_1$. Se tendrá:

$$t_1 = \frac{\Omega - \bigcirc}{v} = \frac{37'\, 087}{57'\, 742} = 0^d\, 6423$$

Paso de la tierra por el nodo descendente, París, mayo	$18^d\, 6423$
Longitud de Bogotá respecto de París	$0\ 2125$
Paso de la tierra por el nodo descendente, Bogotá, mayo	$18^d\, 4298$

O sea el 18 de mayo a las $10^h\, 18^m\, 9$ de la noche.

La velocidad horaria de la tierra en longitud es: $v_t = \dfrac{57'\, 742}{24} = 2'4059$

* * *

CALCULO DE LA VELOCIDAD ANGULAR DEL COMETA EN SU ORBITA, ESTO ES, DE LA VELOCIDAD DE LA ANOMALIA VERDADERA

Consideremos las fórmulas del movimiento elíptico, a saber:

$$\tan \tfrac{1}{2} v = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan g\, \tfrac{1}{2} E \qquad n\, t = E - e \operatorname{sen} E$$

Diferenciaremos con relación a t y tendremos:

$$\frac{d\, v}{\cos^2 \tfrac{1}{2} v} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \frac{d\, E}{\cos \tfrac{1}{2} E} \qquad n\, d\, t = d\, E - e \cos E\, d\, E.$$

Eliminando a $d\, E$ se halla: $$\frac{d\, v}{d\, t} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \frac{\cos^2 \tfrac{1}{2} v}{\cos^2 \tfrac{1}{2} E} \cdot \frac{n}{1 - e \cos E}$$

Se tiene: $v = 57^\circ\, 16'\, 12''$ y $E = 9^\circ\, 59' 53''\, 1$

$$\begin{aligned}
log \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} &= 0.8895332 \\
log\, cos^2 \tfrac{1}{2} v &= \bar{1}.8356330 \\
log\, n^\circ &= \underline{\bar{2}.1127799} \\
log\, N &= \bar{2}.8379461 \\
log\, D &= \underline{\bar{2}.6725460} \\
log \frac{d v}{d t} &= 0.1634001 \\
log\, 60' &= \underline{1.7781513} \\
& \ 1.9415514
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
log\, e &= \bar{1}.9855526 \\
log\, cos\, E &= \underline{\bar{1}.9933541} \\
log\, e\, cos\, E &= \bar{1}.9789067 \\
e\, cos\, E &= \underline{0.9525915} \\
& \ 1.9415514 \\
log\, 24^h &= \underline{1.3802112} \\
log\, v_c &= 0.5633402
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
log\, (1 - e\, cos\, E) &= \bar{2}.6758562 \\
log\, cos^2 \tfrac{1}{2} E &= \underline{\bar{1}.9966898} \\
log\, D &= \bar{2}.6725460
\end{aligned}$$

$v_c = 3'\, 6588 = 3'\, 39''\, 5 =$ velocidad angular horaria del cometa.

* * *

CALCULO DEL PASO DEL COMETA POR EL DISCO DEL SOL

En esta primera aproximación no hemos tenido en cuenta las perturbaciones planetarias que sufrirá el cometa en el intervalo comprendido entre el 19 de febrero y el 18 de mayo.

Imaginemos un plano perpendicular a la línea que va de la tierra al sol, trazado por la región del cometa al tiempo en que éste atraviesa el nodo descendente. Tomaremos este plano por plano de proyección de la órbita aparente del cometa. El origen de coordenadas será el centro del sol; tomemos por eje positivo de las x la traza con la elíptica hacia occidente; por eje de las y la perpendicular hacia el norte. Elegimos para origen del tiempo el instante en que la tierra atraviesa el nodo descendente, punto que se proyectará en ese momento sobre el centro del sol.

Deberemos computar las velocidades angulares del cometa y del nodo tal como se ven desde la tierra; bastará para ello multiplicar la velocidad angular horaria v_c del cometa y la v_t de la tierra por la relación entre la distancia del cometa al sol y la distancia del cometa a la tierra para la primera y para la segunda relación. Así: $V_c = \frac{r}{R-r} v_c \qquad V_t = \frac{r}{R-r} v_t$

Tenemos para el instante en que el cometa atraviesa el nodo descendente:

$$\begin{aligned}
R &= 1.0117205 \\
r &= \underline{0.8507582} \\
R - r &= 0.1609623 \\
\\
log\, V_c &= 1.2874222 + \\
log\, cos\, i &= \underline{\bar{1}.9787244 -} \\
log\, v_{cy} &= 1.2661466 - \\
V_{cx} &= -18'\, 46 \\
-V_{xt} &= \underline{-12'\, 75} \\
\frac{d x}{d t} &= -31'\, 21
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
log\, r &= \bar{1}.9298062 \\
log\, (R - r) &= \underline{\bar{1}.2057242} \\
log \frac{R-r}{r} &= 0.7240820 \\
log\, v_c &= \underline{0.5633402} \\
log\, V_c &= 1.2874222 + \\
log\, sen\, i &= \underline{\bar{1}.4850133 -} \\
log\, V_{cy} &= 0.7724355 - \\
V_{cy} &= -5'\, 92 \\
V_{yt} &= \underline{0'\, 00} \\
\frac{d y}{d t} &= -5'\, 92
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
& 0.7240820 \\
& \underline{0.3813000} = log\, v_t \\
& 1.1053820 = log\, V_t \\
V_c &= 19'\, 38 \\
V_t &= 12'\, 75 \\
\frac{d y}{d t} &= tang\, \phi = \frac{5.92}{31.21} \\
\phi &= 10^\circ\, 44'\, 26'' \\
V_t &= 31'\, 76
\end{aligned}$$

Así, las velocidades relativas de las coordenadas del cometa se han hallado multiplicando su velocidad angular aparente V_c por el coseno y el seno del ángulo de inclinación de la órbita del cometa sobre la eclíptica y aplicándoles la velocidad contraria del origen de coordenadas. Estas velocidades relativas son las que hemos designado por $\frac{d x}{d t}$ y $\frac{d y}{d t}$. La inclinación de la órbita relativa es dada por $tang\, \phi = \frac{d y}{d t} = \frac{5'\, 92}{31'\, 76}$ y la velocidad relativa por $V_r = \sqrt{\left(\frac{d x}{d t}\right)^2 + \left(\frac{d y}{d t}\right)^2} = 31'\, 76$

Como el cometa pasa por el nodo $1^h\, 58^m\, 38 = 1^h\, 973$ después del instante que hemos tomado por origen del tiempo, la distancia angular del cometa al centro del sol, esto es, al origen de coordenadas, es la distancia angular al nodo en el origen del tiempo, esto es: $V_c \times 1.973 = L$. Trazando una perpendicular del origen de coordenadas a la órbita relativa, la longitud de esta perpendicular será la mínima distancia de los centros del sol y del cometa. La longitud de esta perpendicular será evidentemente: $L\, sen\, (i - \phi)$. La porción de órbita relativa comprendida entre la posición del cometa en el origen del tiempo y la mínima distancia, será: $L\, cos\, (i - \phi)$. Finalmente, el tiempo gastado en describir este arco de órbita relativa será el tiempo correspondiente al medio del paso. Tenemos:

$$\begin{aligned}
log\, 1.973 &= 0.29513 \\
log\, V_c &= \underline{1.28742} \\
log\, L &= 1.58255
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
log\, L &= 1.58255 \\
log\, sen\, (i - \phi) &= \underline{\bar{1}.08884} \\
log\, p &= 0.67139
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
log\, L &= \bar{1}.58255 \\
log\, cos\, (i - \phi) &= \underline{\bar{1}.99670} \\
log\, L\, cos\, (i - \phi) &= \bar{1}.57925 \\
log\, V_r &= \underline{1.50188} \\
log\, t_m &= 0.07737
\end{aligned}$$

$$t_m = 1^h.195 = 1^h\, 11^m\, 7$$

$p = 4'\, 69 = 0^\circ\, 4'\, 41''\, 4 =$ mínima distancia ($\bigcirc \genfrac{}{}{0pt}{}{+}{\star}$).
Origen del tiempo = mayo 18 a $10^h\, 18^m\, 9$.
$t_m =$ intervalo correspondiente al medio $= 1^h\, 11^m\, 7$.
$T_m =$ instante correspondiente al medio = mayo 18 a $11^h\, 30^m\, 6$ p. m.

El cometa ha sido visto bajo un ángulo de $42''$ a la distancia 1.44; su núcleo deberá pues verse proyectado en el sol a la distancia $R - r = 0.16$, bajo un ángulo de $6'\, 15''\, 4$, y por tanto su semidiámetro bajo un ángulo de $3'\, 8''$. Por otra parte, el diámetro del sol el 18 de mayo es de $15'\, 50''$.

Llamemos p_1 la suma y p_2 la diferencia de estos dos semidiámetros; se tendrá $p_1 = 18'\, 58''$ $p_2 = 12'\, 42''$. Llamemos u_1 y u_2 los ángulos que hacen las líneas que van del origen de coordenadas (centro del sol) a las posiciones ocupadas por el cometa, a los instantes de los contactos externos e internos con la perpendicular bajada del origen de coordenadas a la trayectoria relativa. Se tendrá evidentemente: $cos\, u_1 = \frac{p}{p_1} \therefore cos\, u_2 = \frac{p_2}{p}$.

Las distancias de los puntos que debe ocupar el centro del núcleo del cometa correspondientes a los contactos externos e internos con el punto correspondiente a la mínima distancia de los centros, serán respectivamente $p_1\, sen\, u_1$ y $p_2\, sen\, u_2$. Los tiempos gastados en recorrer esas distancias se obtienen dividiéndolas por la velocidad relativa V_r. Tendremos pues:

$$\begin{aligned}
log\, p &= 0.67139 \\
log\, p_2 &= \underline{1.27807} \\
log.\, cos\, u_1 &= \bar{1}.39332
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
log\, p &= 0.67139 \\
log\, p_2 &= \underline{1.10380} \\
log\, cos\, u_2 &= \bar{1}.56759
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
log\, p_1 &= 1.27807 \\
log\, sen\, u_1 &= \underline{\bar{1}.98629} \\
& \ 1.26436 \\
log\, V_2 &= \underline{1.50188} \\
log\, t_1 &= \bar{1}.76248
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
log\, p_2 &= 1.10380 \\
log\, sen\, u_2 &= \underline{\bar{1}.96813} \\
& \ 1.07193 \\
& \ \underline{1.50188} \\
log\, t_2 &= \bar{1}.57005
\end{aligned}$$

$$t_1 = 0^h 5787 = 34.7$$
$$t_2 = 0.3716 = 22.3$$

Se tiene:

T_m = mayo 18 a	$11^h\, 30^m\, 6$	$11^h\, 30^m\, 6$	$11^h\, 30^m\, 6$	$11^h\, 30^m\, 6$
	$-34^m\, 7$	$-22^m\, 3$	$+22^m\, 3$	$+34^m\, 7$
Mayo 18 a	$10^h\, 55^m\, 9$	$11^h\, 8^m\, 3$	$11^h\, 52^m\, 9$	$12^h\, 5^m\, 3$

Se tendrá pues para las circunstancias referentes al paso del cometa por el disco del sol:

Primer contacto externo .... Mayo 18 a las $10^h\, 55^m\, 9$ p. m. de Bogotá.
Primer contacto interno .... " " " $11^h\, 8^m\, 3$ " " "
Medio del paso .... " " " $11^h\, 30^m\, 6$ " " "
Ultimo contacto interno .... " " " $11^h\, 52^m\, 9$ " " "
Ultimo contacto externo .... Mayo 19 a las $0^h\, 5^m\, 3$ a. m. de Bogotá.

Mínima distancia de los centros del sol y del cometa $= 4'\, 41''\, 4$ — diámetro aparente del núcleo del cometa $= 6'\, 15''\, 4$.

El fenómeno ocurre pues cuando el sol se halla debajo del horizonte de Bogotá. En consecuencia no será visible en este lugar ni en ningún lugar de la América.

El cálculo anterior supone que las influencias planetarias sobre el cometa en el intervalo transcurrido entre el 19 de febrero y el 18 de mayo se compensen. Esta hipótesis es poco probable.

Llamemos σ el efecto producido por las perturbaciones planetarias en el instante del paso del cometa por el nodo descendente, y consideremos al intervalo σ como positivo si el efecto es de retardo y como negativo si es por adelanto.

La distancia angular L del cometa al sol en el instante que hemos elegido por origen del tiempo, será:

$$L = V_c\, (1.973 + \sigma)$$

La misma distancia angular del centro del sol al centro del núcleo del cometa es:

$$\varrho = V_c\, (1.973 + \sigma)\, sen\, (i - \phi)$$

Si hacemos ρ = semidiámetro del sol, podemos despejar a σ y determinar los límites entre los cuales debe estar contenido el intervalo σ para que se verifique el paso del centro del núcleo cometario sobre el disco solar. Se tendrá:

$$1^h.973 + \sigma = \pm \frac{S}{V_c \, sen\,(i - \phi)} = \pm 6^h.658$$

Por tanto, si las influencias planetarias en el intervalo comprendido entre el 19 de febrero y el 18 de mayo no alcanzan a producir un efecto tal, en el movimiento medio, capaz de sobrepasar a $6^h.658$ en su efecto sobre el instante del paso del cometa por el nodo, el fenómeno se verificará.

Ahora bien: las influencias planetarias pueden producir un efecto hasta de 48 horas en el intervalo de cuatro meses; no es pues posible juzgar con exactitud si se verificará o no el fenómeno sino hasta tanto que se calculen dichas perturbaciones. Suponiendo que σ alcance al límite hallado, resulta que el fenómeno, si es posible, se verificará en el intervalo comprendido entre el 18 de mayo a $5^h\,37^m\,8$ p. m. de Bogotá y el 19 de mayo a las $6^h\,56^m\,8$ a. m. Se ve pues que solamente que las influencias planetarias produjeran un efecto igual al límite indicado, lo cual es muy poco probable, sería posible su visibilidad en Bogotá; de otra manera no.

* * *

EN RESUMEN:

Según los cálculos efectuados sobre el movimiento no turbado, el cometa debe pasar por el nodo descendente el 18 de mayo a $12^h\,17^m\,28$, tiempo medio astronómico de Bogotá, esto es, $1^h\,58^m\,38$ después del paso de la tierra por esa misma línea. Esto resulta de la posición del cometa observada el 19 de febrero en Bogotá.

Las influencias planetarias pueden modificar hasta en dos días por avance o retardo, el instante que hemos indicado.

Si el avance o retardo producido por las influencias planetarias no sobrepasa de $6^h\,39^m$, el cometa se proyectará sobre el disco solar; pero si sobrepasa a ese intervalo, el fenómeno no se verificará.

En caso, pues, de que se verifique el fenómeno, éste acaecerá entre el 18 de mayo a las $5^h\,37^m$ p. m. y el 19 a las $6^h\,56^m$ a. m. de Bogotá; y es muy poco probable que pueda verse en este lugar.

Si las influencias planetarias se compensasen y el cometa obedeciese exactamente a las leyes del movimiento no turbado, el paso por el disco solar principiaría el 18 de mayo a las $10^h\,55^m$ p. m. y terminaría el 19 de mayo a $0^h\,5^m\,2$ de la mañana, tal como se ha indicado atrás (1).

Es pues indispensable una segunda aproximación.

CALCULO DE LAS POSICIONES GEOCENTRICAS DEL COMETA DE HALLEY

ARGUMENTO — ANOMALIA EXCENTRICA E

$E =$	0°	∓ 5°	∓ 10°	∓ 15°	∓ 20°	∓ 25°
$log\ cos\ E$	= 0.0000000 +	$\bar{1}$.9983442 +	$\bar{1}$.9933515 +	$\bar{1}$.9849438 +	$\bar{1}$.9729858 +	$\bar{1}$.9572757 +
$log\ e$	= $\bar{1}$.9855526 +	$\bar{1}$.9855526 +	$\bar{1}$.9855526 +	$\bar{1}$.9855526 +	$\bar{1}$.9855526 +	$\bar{1}$.9855526 +
$log\ e\ cos\ E$	= $\bar{1}$.9855526 +	$\bar{1}$.9838968 +	$\bar{1}$.9789041 +	$\bar{1}$.9704964 +	$\bar{1}$.9585384 +	$\bar{1}$.9428283 +
$e\ cos\ E$	= 0.96728	0.96360	0.95259	0.93432	0.90895	0.87665
$1 - e\ cos\ E$	= 0.03272	0.03640	0.04741	0.06568	0.09105	0.12335
$log\ (1 - e\ cos\ E)$	= $\bar{2}$.5148133 +	$\bar{2}$.5611014 +	$\bar{2}$.6758700 +	$\bar{2}$.8174331 +	$\bar{2}$.9592800 +	$\bar{1}$.0901392 +
$log\ a$	= 1.2539500 +	1.2539500 +	1.2539500 +	1.2539500 +	1.2539500 +	1.2539500 +
$log\ r$	= $\bar{1}$.7687633 +	$\bar{1}$.8150514 +	$\bar{1}$.9298200 +	0.0713831 +	0.2132300 +	0.3440892 +
$log\ sen\ E$	= — . ∞	$\bar{2}$.9402960 ∓	$\bar{1}$.2396702 ∓	$\bar{1}$.4129962 ∓	$\bar{1}$.5340517 ∓	$\bar{1}$.6259433 ∓
$log\ e°$	= 1.7436752 +	1.7436752 +	1.7436752 +	1.7436752 +	1.7436752 +	1.7436752 +
$log\ e°\ sen\ E$	= — . ∞	0.6839712 ∓	0.9833454 ∓	1.1566714 ∓	1.2777269 ∓	1.3696235 ∓
E	= ∓ 0°.0000	∓ 5°.0000	∓ 10°.0000	∓ 15°.0000	∓ 20°.0000	∓ 25°.0000
$-\ e\ sen\ E$	= ± 0.0000	± 4.8303	± 9.6238	± 14.3440	± 18.9552	± 23.4220
$E - E\ sen\ E$	= ∓ 0.0000	∓ 0.1697	∓ 0.3762	∓ 0.6560	∓ 1.0448	∓ 1.5780

(1) Hemos efectuado el cálculo de las perturbaciones producidas por Venus y la tierra entre el 19 de abril y el 18 de mayo. Su efecto en el intervalo es muy pequeño.

E	= ∓ 0°	∓ 5°	∓ 10°	∓ 15°	20°	± 25°
$log(E - c\ sen\ E)$	= . — ∞	$\bar{1}$.2296818 ∓	$\bar{1}$.5754188 ∓	$\bar{1}$.8169038 ∓	0.0190332 ∓	0.1981070 ∓
$log\ n°$	= $\bar{2}$.1127799 +	$\bar{2}$.1127799 +	$\bar{2}$.1127799 +	$\bar{2}$.1127799 +	$\bar{2}$.1127799 +	$\bar{2}$.1127799 +
$log\ T$	= — ∞	1.1169019 ∓	1.4626389 ∓	1.7041239 ∓	1.9062533 ∓	2.0853271 ∓
T	= ∓ 0.0000	∓ 13^d.089	∓ 29^d.016	∓ 50^d.597	∓ 80.585	∓ 121.710
T_0	= 180^d.501	108^d.501	108^d.501	108^d.501	108^d.501	108^d.501
T	= ∓ 0.000	∓ 13.089	∓ 29.016	∓ 50.597	∓ 80.585	∓ 121.710
T	= 108.501	95.412	79.485	57.904	27.916	(1909) 351^d.791
T	= 108.501	121.590	137.517	159.098	189.086	227.441
T	= Abril. 19^d.501	Abril. 6^d.412	Marzo. 21^d.485	Febrero. 27.904	Enero. 28^d.916	Diciembre. (1909) 18^d.791
T	= Abril. 19^d.501	Mayo. 2.590	Mayo. 18.517	Junio. 0.098	Julio. 9.916	Agosto. 19.211
$E =$	∓ 0°	∓ 5°	∓ 10°	∓ 15°	∓ 20°	∓ 25°
$log \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$	= 0.8895332 +	0.8895332 +	0.8895332 +	0.8895332 +	0.8895332 +	0.8895332 +
$log\ tang\ \frac{1}{2} E$	= — ∞	$\bar{2}$.6400931 ∓	$\bar{2}$.9419518 ∓	$\bar{1}$.1194291 ∓	$\bar{1}$.2463188 ∓	$\bar{1}$.3457552 ∓
$log\ tang\ \frac{1}{2} v$	= — ∞	$\bar{1}$,5296263 ∓	$\bar{1}$.8314850 ∓	0.0089623 ∓	0.1358520 ∓	0.2352884 ∓
$\frac{1}{2} v$	= ∓0° 0′ 0″ 00	∓18°42′13″ 20	∓34° 9′15″ 80	∓45°35′28″ 10	∓ 53°49′ 7″ 3	∓ 59°48′45″ 8
v	= ∓0° 0′ 0″ 0	∓37°24′26″ 4	∓68°18′31″ 6	∓91°10′56″ 2	∓107°38′14″ 6	∓119°37′31″ 6
ω	= 111°42′16″ 0	111°42′16″ 0	111°42′16″ 0	111°42′16″ 0	111°42′16″ 0	111°42′16″ 0
u	= 111°42′16″ 0	74°17′49″ 6	43°23′44″ 4	20°31′19″ 8	4° 4′ 1″ 4	— 7°55′15″ 6
u	= 111°42′16″ 0	149° 6′42″ 4	180° 0′47″ 6	202°53′12″ 2	219°20′30″ 6	231°19′47″ 6

Coordenadas del ○	$E = -5°$	$E = 0°$	$E = 5°$	$E = 10°$	$E = 15°$
	Abril. 6^d.412	Abril. 19^d.501	Mayo. 2.590	Mayo. 18.517	Junio. 0.098 + 0^d.003
X	= + 0.9603733	+ 0.8767791	+ 0.7496725	+ 0.5458446	+ 0.2102240
Y	= + 0.2596162	+ 0.4503141	+ 0.6185795	+ 0.7816282	+ 0.9112844
Z	= + 0.1126154	+ 0.1953451	+ 0.2683318	+ 0.3391096	+ 0.3953108
u	= 74°17′49″ 6	111°42′16″ 0	149° 6′42″ 4	180° 0′47″ 6	202°53′12″ 2
$A + u$	= 108°18′59″ 1	145°43′25″ 5	183° 7′51″ 9	214° 1′57″ 1	236°54′21″ 7
$B + u$	= 201°52′36″ 4	239°17′ 2″ 8	276°41′29″ 2	307°35′34″ 4	330°27′59″ 0
$C + u$	= 151°36′26″ 7	189° 0′53″ 1	226°25′19″ 5	257°19′24″ 7	280°11′49″ 3
$log\ a$	= $\bar{1}$.9851625 +	$\bar{1}$.9851625 +	$\bar{1}$.9851625 +	$\bar{1}$.9851625 +	$\bar{1}$.9851625 +
$log\ r$	= $\bar{1}$.8150514 +	$\bar{1}$.7687633 +	$\bar{1}$.8150514 +	$\bar{1}$.9298200 +	$\bar{0}$.0713831 +
$log\ sen\ (A + u)$	= $\bar{1}$.9774197 +	$\bar{1}$.7506500 +	$\bar{2}$.7373558 —	$\bar{1}$.7479270 —	$\bar{1}$.9231280 —
$log\ x$	= $\bar{1}$.7776336 +	$\bar{1}$.5045758 +	$\bar{2}$.5375697 —	$\bar{1}$.6629095 —	$\bar{1}$.9796736 —
x	= + 0.5992853	+ 0.3195772	— 0.0344802	— 0.4601606	— 0.9542751
E	= — 5°	0°	5°	10°	15°
$log\ b$	= $\bar{1}$.9884701 +	$\bar{1}$.9884701 +	$\bar{1}$.9884701 +	$\bar{1}$.9884701 +	$\bar{1}$.9884701 +
$log\ r$	= $\bar{1}$.8150514 +	$\bar{1}$.7687633 +	$\bar{1}$.8150514 +	$\bar{1}$.9298200 +	0.0713831 +
$log\ sen\ (B + u)$	= $\bar{1}$.5712565 —	$\bar{1}$.9343523 —	$\bar{1}$.9970315 —	$\bar{1}$.8989255 —	$\bar{1}$.6927888 —
$log\ y$	= $\bar{1}$.3747780 —	$\bar{1}$.6915857 —	$\bar{1}$.8005530 —	$\bar{1}$.8172156 —	$\bar{1}$.7526420 —
y	= — 0.2370162	— 0.4915704	— 0.6317613	— 0.6564709	— 0.5657727
$log\ c$	$\bar{1}$.5354978 +	$\bar{1}$.5354978 +	$\bar{1}$.5354978 +	$\bar{1}$.5354978 +	$\bar{1}$.5354978 +
$log\ r$	= $\bar{1}$.8150514 +	$\bar{1}$.7687633 +	$\bar{1}$.8150514 +	$\bar{1}$.9298200 +	0.0713831 +
$log\ sen\ (C + u)$	= $\bar{1}$.6771600 +	$\bar{1}$.1950377 —	$\bar{1}$.8600010 —	$\bar{1}$.9892828 —	$\bar{1}$.9930855 —
$log\ z$	= $\bar{1}$.0277092 +	$\bar{2}$.4992988 —	$\bar{1}$.2105502 —	$\bar{1}$.4546006 —	$\bar{1}$.5999664 —
z	= + 0.1065882	— 0.0315718	— 0.1623866	— 0.2848397	— 0.3980764

X	$= +0.9603733$	$+0.8767791$	$+0.7496725$	$+0.5458446$	$+0.2102240$
x	$= +0.5992853$	$+0.3195772$	-0.0344802	-0.4601606	-0.9542751
$\triangle\ cos\ \delta\ cos\ \alpha$	$= +1.5596586$	$+1.1963563$	$+0.7151923$	$+0.0856840$	-0.7440511
Y	$= +0.2596162$	$+0.4503141$	$+0.6185795$	$+0.7816282$	$+0.9112844$
y	$= -0.2370162$	-0.4915704	-0.6317613	-0.6564709	-0.5657727
$\triangle\ cos\ \delta\ sen\ \alpha$	$= +0.0226000$	-0.0412563	-0.0131818	$+0.1251573$	$+0.3455117$
Z	$= +0.1126154$	$+0.1953451$	$+0.2683318$	$+0.3391096$	$+0.3953108$
z	$= +0.1065882$	-0.0315718	-0.1623866	-0.2848397	-0.3980764
$\triangle\ sen\ \delta$	$= +0.2192036$	$+0.1637733$	$+0.1059452$	$+0.0542699$	-0.0027656
E	$-5°$	$0°$	$5°$	$10°$	$15°$
Epoca	= Abril 6^d 412	Abril 19^d 501	Mayo 2^d 590	Mayo 18^d 517	Junio 9^d 101
$log\ \triangle\ cos\ \delta\ cos\ \alpha$	$= 0.1930295 +$	$0.0778605 +$	$\bar{1}.8544228 +$	$\bar{2}.9328997 +$	$\bar{1}.8716027 -$
$log\ \triangle\ cos\ \delta\ sen\ \alpha$	$= \bar{2}.3541108 +$	$\bar{2}.6154902 -$	$\bar{2}.1199747 -$	$\bar{1}.0974562 +$	$\bar{1}.5384625 +$
$log\ tang\ \alpha$	$= \bar{2}.1610789 +$	$\bar{2}.5376297 -$	$\bar{2}.2655519 -$	$0.1645565 +$	$\bar{1}.6668598 -$
α	$= +0°49'48''\ 64$	$-1°58'30''\ 2$	$-1°3'21''\ 3$	$+55°36'14''\ 5$	$180°-24°54'30''\ 6$
$log\ \triangle\ cos\ \delta\ sen\ \alpha$	$= \bar{2}.3541084 +$	$\bar{2}.6154902 -$	$\bar{2}.1199747 -$	$\bar{1}.0974562 +$	$\bar{1}.5384625 +$
$log\ sen\ \alpha$	$= \bar{2}.1610335 +$	$\bar{2}.5373716 -$	$\bar{2}.2654781 -$	$\bar{1}.9165346 +$	$\bar{1}.6244582 +$
$log\ \triangle\ cos\ \delta$	$= 0.1930749 +$	$0.0781186 +$	$\bar{1}.8544966 +$	$\bar{1}.1809216 +$	$\bar{1}.9140043 +$
$log\ \triangle\ sen\ \delta$	$= \bar{1}.3408477 +$	$\bar{1}.2142431 +$	$\bar{1}.0236414 +$	$\bar{2}.7345590 +$	$\bar{3}.4417894 -$
$log\ tang\ \delta$	$= \bar{1}.1477728 +$	$\bar{1}.1361245 +$	$\bar{1}.1691448 +$	$\bar{1}.5536374 +$	$\bar{3}.5277851 -$
δ	$= +7°59'58''\ 05$	$+7°47'25''\ 4$	$+8°23'50''\ 4$	$+19°41'13''\ 5$	$-0°11'35''\ 5$
α	$= 0^h\ 3^m\ 19^s\ 24$	$23^h\ 52^m\ 5^s\ 98$	$23^h\ 55^m\ 46^s\ 60$	$+3^h\ 42^m\ 25^s\ 97$	$+10^h\ 20^m\ 21^s\ 96$
$log\ sen\ \delta$	$= \bar{1}.1435261 +$	$\bar{1}.1320976 +$	$\bar{1}.1644629 +$	$\bar{1}.5274792 +$	$\bar{3}.5377827 -$
$log\ \triangle$	$= 0.1973216 +$	$0.0821455 +$	$\bar{1}.8591785 +$	$\bar{1}.2070798 +$	$\bar{1}.9140067 +$
$log\ r$	$= \bar{1}.8150514 +$	$\bar{1}.7687633 +$	$\bar{1}.8150514 +$	$\bar{1}.9298200 +$	$0.3440892 +$
$log\ \triangle\ r$	$= 0.0123730 +$	$\bar{1}.8509088 +$	$\bar{1}.6742299 +$	$\bar{1}.1368998 +$	$0.2580959 +$
$log\ \triangle^2\ r^2$	$= 0.0247460 +$	$\bar{1}.7018176 +$	$\bar{1}.3484598 +$	$\bar{2}.2737996 +$	$0.4561918 +$
$log\ B$	$= 0.0247$	$\bar{1}.7018$	$\bar{1}.3485$	$\bar{2}.2738$	0.4562
$log\ A$	$= 0.8994$	0.8994	0.8994	0.8994	0.8994
$log\ \frac{A}{B}$	$= 0.8747$	1.1976	1.5509	2.6256	0.4432
$\triangle\ Mag.$	$= 2.2$	2.9	3.9	6.6	1.1
Magnitud el 15 de enero.	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0
$\triangle\ Mag$	2.2	2.9	3.9	6.6	1.1
Magnitud	6.8	6.1	5.1	2.4	7.9

NOTA DE LA DIRECCION. — Reproducimos en estas páginas el presente trabajo, que vio la luz oportunamente en la "Revista de Instrucción Pública" y que salió pobremente editado y con algunos errores, porque lo consideramos como muestra sobresaliente de la capacidad calculista de Garavito, quien solía reemplazar la deficiencia de los elementos de observación con que contaba, con ingeniosas combinaciones de cálculo y expedientes enteramente originales.

En el caso de la última aparición del cometa de Halley el Director del Observatorio de Bogotá observó con un pobre anteojo ecuatorial pésimamente montado, y con todo obtuvo resultados que se comprobaron ampliamente y que merecen tenerse en cuenta para futuros cálculos.

Muy conocido por todos, el cometa de Halley es esperado por los astrónomos para 1986, aproximadamente, y entonces tendrán interés los cálculos del sabio astrónomo bogotano, cuya factura tiene la ventaja de enseñar a más de suministrar efemérides precisas.

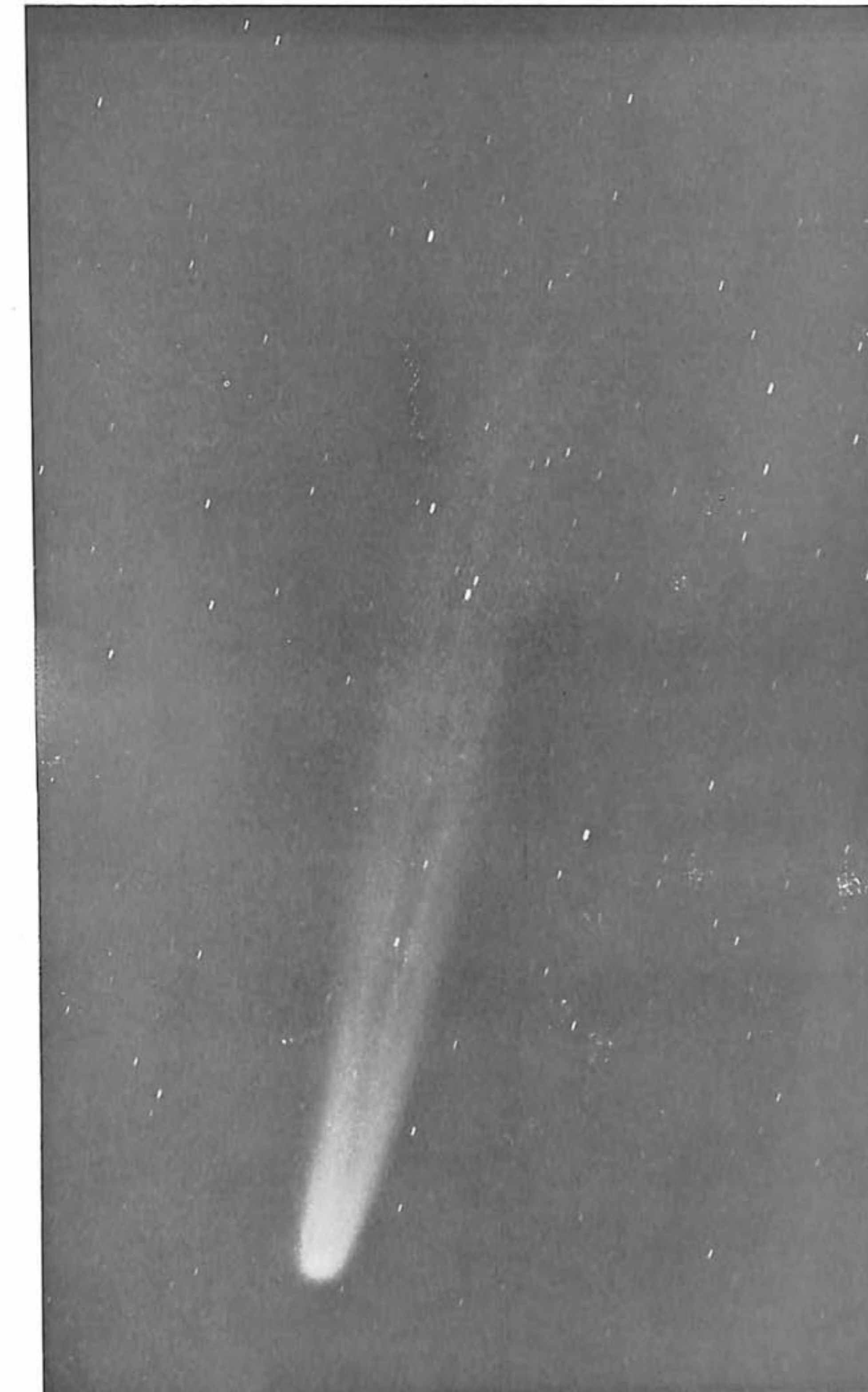
Como no nos ha parecido conveniente exponer los cálculos de Garavito sin suministrar a nuestros lectores alguna idea gráfica de la aparición del cometa de Halley en 1910, ilustramos su escrito con algunas reproducciones de fotografías tomadas por el Observatorio Nacional Argentino y publicadas lujosamente en 1934.

En ese observatorio de Córdoba se efectuaron observaciones importantes referentes al cometa, tales como observaciones espectrográficas y fotométricas. Lástima que, como lo indicó Garavito, no hubiera sido visible desde ningún lugar de América, el paso del cometa sobre el disco solar; aunque esto tal vez no hubiera tenido importancia, pues, como se sabe, donde este fenómeno fue visible no se pudo constatar la menor huella del cometa proyectada sobre el disco solar.

Recomendamos de modo especial el estudio de los cálculos anteriores y su comprobación con efemérides suministradas por otros observatorios.

Resultados del Observatorio Nacional Argentino—El Cometa de Halley—Mayo 5 de 1910

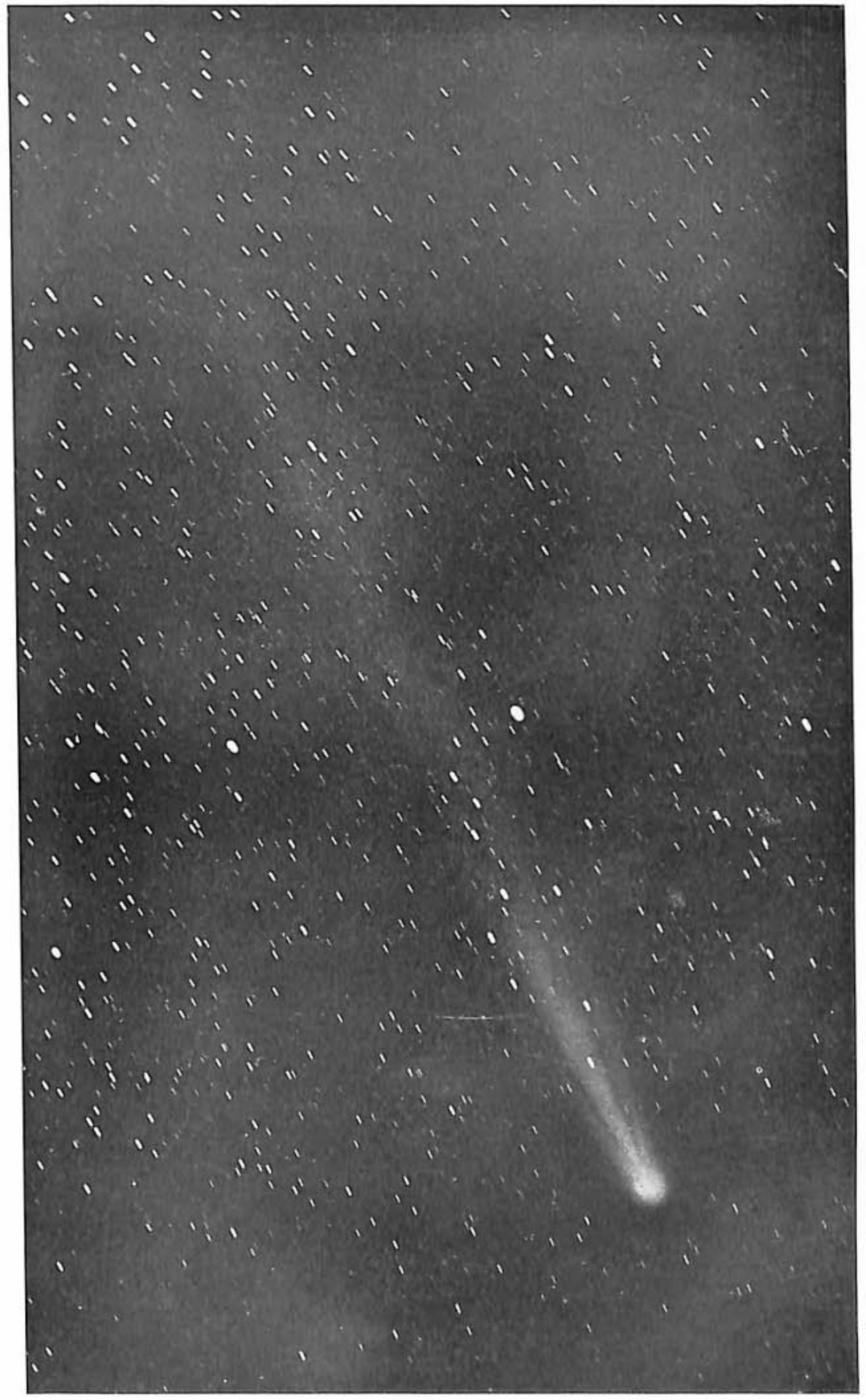
Resultados del Observatorio Nacional Argentino—El Cometa de Halley—Mayo 8 de 1910



Resultados del Observatorio Nacional Argentino—El Cometa de Halley—Mayo 11 de 1910

Resultados del Observatorio Nacional Argentino—El Cometa de Halley—Mayo 26 de 1910

Resultados del Observatorio Nacional Argentino—El Cometa de Halley—Mayo 28 de 1910



Resultados del Observatorio Nacional Argentino—El Cometa de Halley—Junio 5 de 1910