LA ÓRBITA DEL SATÉLITE LIBERTAD 1

José Gregorio Portilla[1]

Resumen

Portilla, J.G. La órbita del satélite Libertad 1. Rev. Acad. Colomb. Cienc. **36** (141): 491-500, 2012. ISSN: 0370-3908.

Inicialmente hacemos una descripción de la génesis del satélite Libertad 1, un CubeSat de tipo 1U adquirido y adaptado por la Universidad Sergio Arboleda el cual se constituyó en el primero objeto en orbitar la Tierra por parte de una institución colombiana. Posteriormente se realiza un análisis de sus elementos orbitales registrados por el NORAD y se calculan las tasas de decaimiento del semieje mayor causado por rozamiento atmosférico en un periodo de cinco años. A partir de estos valores procedemos a una estimación de la densidad promedio de la atmósfera terrestre a una altura cercana a los 720 km.

Palabras clave. Satélite artificial, atmósfera terrestre, rozamiento atmosférico.

Abstract

We begin with a description of the genesis of the Libertad 1 satellite, a type 1U CubeSat purchased and then fitted by the Sergio Arboleda University. This satellite was the first object to orbit the Earth by initiative of a colombian institution. We made an analysis of the orbital elements determined by NORAD and then we calculate decay rates of the semimajor axis due to atmospheric drag within an interval of five years. With these values we calculated average atmospheric density at 720 km altitude.

Key words. Artificial satellite, Earth atmosphere, atmospheric drag.

1. Introducción

El satélite Libertad 1 fue puesto en órbita terrestre el día 17 de abril de 2007 por un misil balístico modificado lanzado desde el cosmódromo de Baikonour. Con forma de cubo, con cada lado de apenas 10 cm, el satélite se constituyó en el primer objeto en orbitar la Tierra por iniciativa de una institución colombiana.

Transcurrido medio siglo después de la colocación del Sputnik I, Colombia aun carece casi que por completo de investigación e industria astronáutica en los términos en que se entiende en la actualidad. Por tal razón, si el país, representado en una de sus instituciones (gubernamental o privada) se ve compelido a utilizar tecnología aeroespacial debe adquirir necesariamente los servicios de industrias existentes en aquellos países que los ofrecen. De hecho, la gran mayoría de los usuarios, con independencia de las naciones a las que pertenecen, han de hacer lo mismo: si alguien desea hacerse con un satélite para efectos de utilizarlo con algún propósito, debe pagar por él; adicionalmente, ha de adquirir el servicio de un proveedor de un cohete para efectos de que coloque dicho satélite en la órbita apropiada.

En el país se ha venido hablando de la compra de un satélite de comunicaciones y, en el presente, de un satélite de observación terrestre, aparatos estos cuyo costo se cuenta por decenas de millones de dólares y, en consecuencia, de adquisición casi que únicamente reservada al estado.

[1]Observatorio Astronómico Nacional, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, e-mail: jgportillab@unal.edu.co

Sin embargo, los avances en miniaturización, ciencia de materiales y computación han hecho que hoy en día sea posible que cualquier interesado pueda adquirir un satélite en miniatura como quien compra un automóvil a costos de pocas decenas de miles de dólares. El Libertad 1 fue uno de tales satélites.

A pesar de que el Libertad 1 alcanzó exitosamente la órbita planeada, al igual que sus señales de radio fueron recolectadas en su momento por diversos radioescuchas a lo largo del planeta, hasta donde sabemos no existe publicado un reporte final que permita saber cuales objetivos básicos de la misión fueron alcanzados y cuales no. La información existente en la página del satélite contiene solo un listado de datos telemétricos que no ofrecen mayores luces sobre el desempeño del satélite y que al mismo tiempo suministre, con la debida perspectiva, los alcances y logros tecnológicos —apropiación de tecnología de punta— que, como se reitera por sus gestores, se generaron con la construcción y consiguiente puesta en órbita del Libertad 1.

Aun cuando el satélite dejó de ser operativo ya varios años atrás, no se descarta que los responsables de su gestión puedan ofrecer en el futuro cercano tanto un reporte final de operación y los resultados derivados de las medidas de temperatura que se lograron recolectar, tal como en su momento lo anunciaron (**Joya**, 2007). Adicionalmente, en la poca bibliografía técnica disponible (**Joya et al.**, 2007), los parámetros orbitales que permiten conocer la orientación y geometría de la órbita están incompletos y no permiten siquiera realizar un cálculo de efemérides con alguna validez.

A la espera de un reporte final de operación, se presenta en esta comunicación una exposición sobre aspectos básicos de la dinámica orbital del satélite Libertad 1 desde su colocación en órbita hasta mediados del año 2012, lo cual se hará con base en información recolectada por estaciones de rastreo.

La sección 2 describe algunos aspectos básicos de los CubeSats así como una exposición sucinta sobre la génesis del satélite Libertad 1. La sección 3 describe el lanzamiento y trayectoria del cohete que colocó el satélite en órbita, en tanto que la sección 4 describe los valores de los elementos orbitales en los primeros días de la insersión orbital. La variación temporal de los elementos orbitales del Libertad 1 se encuentran en la sección 5 así como valores de la tasa de decaimiento. La sección 6 describe cómo es posible inferir valores de densidad atmosférica en los rangos de altura en que se ha desplazado el satélite. Finalmente, la sección 7 contiene las conclusiones.

2. Los CubeSats y el Libertad 1

Los CubeSats constituyen un tipo particular de satélites en miniatura (también denominados nano o picosatélites) con una estructura básica en forma de cubo[2], masa menor a 1.3 kg y un tamaño estándar de 10 cm de lado. Su concepción se debió a una colaboración entre la Universidad Estatal Politécnica de California (Cal Poly) y la Universidad de Stanford en un intento de incentivar la participación de universidades a nivel mundial para la realización de investigación espacial con base en tecnología disponible sin la implicación de fuertes presupuestos (**Toorian, Diaz & Lee**, 2008). Esto los hace particularmente atractivos para países en vías de desarrollo que desean participar en tecnologías usualmente revervadas solo al primer mundo (**Woellert**, 2011).

Lo que está detrás de los CubeSats es una "popularización" en la utilización de la tecnología satelital. Con establecer una estandarización del tamaño y la forma del satélite es ya mucho lo que se avanza y se ahorra en términos de investigación y desarrollo. A su vez, y debido a su escaso tamaño y masa, permite que haya un número adecuado de usuarios (universitarios, científicos, estudiantes, ingenieros) de diferentes instituciones, empresas y nacionalidades, cada uno con su CubeSat debidamente desarrollado y adaptado, que utilizarán un mismo cohete, lo que permite reducir notablemente los costos de su colocación en órbita pues se distribuye entre todos (**Soojung-Kim Pang & Twiggs**, 2011). Para estos efectos, se puede utilizar los servicios (aunque no exclusivamente) de la empresa rusa ISC Kosmotras, la cual comercializa antiguos misiles R-36M decomisionados de construcción rusoucraniana[3]. En la guerra fría cada uno de estos cohetes fue diseñado para arrojar un número cercano a 10 bombas termonucleares capaz de atacar distintos blancos. Hoy en día se han adaptado para su uso civil y cada cohete puede modificarse para colocar entre 10 y 15 pequeños satélites. En un determinado lanzamiento, los CubeSats, provenientes de distintos usuarios, son colocados en grupos en varios dispensadores y constituyen en sí las cargas secundarias, siendo satélites más masivos y voluminosos las cargas primarias.

En términos de participación, los CubeSats han resultado ser un éxito notable, ya que son numerosas las universidades e institutos de distintos países que han utilizado esta posibilidad como único medio para la ejecución de proyectos de investigación científica que van desde estudios atmosféricos, en particular de la ionósfera (**Waido, Henry & Campbell**, 2002), detección de polvo cósmico (**McHugh et al.**, 2009) y emisiones terrestres de rayos gamma (**Hill et al.**, 2011) hasta investigaciones en genética (**Kitts et al.**, 2007). Sin embargo, la mayor

[2]Estos están enteramente conformados por una unidad básica llamada 1U; sin embargo, pueden existir satélites rectangulares, constituidos por 2 ó 3 unidades básicas, denominados CubeSats 2U ó 3U, respectivamente.

[3]http://www.kosmotras.ru

parte de las misiones involucran desarrollo tecnológico y con ello explorar la factibilidad de la utilización de estos satélites en miniatura para cumplir tareas de detección remota, comunicaciones, navegación, etc., en el que incluso empresas astronáuticas reputadas, con años de experiencia construyendo satélites del tamaño de autobuses, han acudido a su uso (**Caday-Eames**, 2006).

Son varias las naciones que, gracias a los CubeSats, aparecen figurando ahora con satélite propio. De ese modo los satélites SwissCube-1 (Suiza), MaSat-1 (Hungría), Goliat (Rumania) y PW-Sat (Polonia) son los primeros objetos en llegar a órbita por parte de esas naciones. A mediados del año 2013 se espera que llegue a órbita el satélite NEE-01 Pegasus, que se constituirá en el primer satélite de Ecuador, el cual, de funcionar, será el primer CubeSat en transmitir video en tiempo real[4].

La idea inicial de que una institución colombiana adquiriera un CubeSat para modificarlo y que cumpliera una misión específica fue presentada al país a inicios del año 2005, donde se anunciaba la próxima puesta en órbita (para diciembre de ese año) del satélite Libertad 1 enmarcado dentro del proyecto titulado "Colombia en órbita" establecido como parte de la plataforma política del, por aquel entonces, candidato a la presidencia Álvaro Leyva[5]. La responsabilidad académica estaría a cargo de la Universidad Sergio Arboleda. Unos pocos años antes, Leyva había sido el principal gestor de la construcción de un observatorio astronómico en la misma universidad. Con el desarrollo del Libertad 1 entre manos, el observatorio de dicha institución recibe la inusual transformación de pasar de observatorio astronómico propiamente dicho a convertirse adicionalmente en algo semejante a un laboratorio de investigación aeroespacial. En el artículo de prensa en mención se señaló que las funciones del satélite eran múltiples: "tomar fotografías, emitir mensajes de los patrocinadores, el himno nacional, además de transmitir señales del sistema de posicionamiento global (GPS)".

Después de un proceso de búsqueda de patrocinadores, se compró la estructura básica del Libertad 1 y se adaptó una habitación del observatorio para que sirviera de cuarto limpio donde se conducirían las labores de diseño y prueba de la electrónica involucrada, esto es, del montaje y ensayo de las tarjetas electrónicas. También se erigieron aparatos y antenas para efectos de rastrear la señal proveniente del satélite. Para inicios del año 2006 el candidato presidencial, gestor y líder de la iniciativa, cesó abruptamente su longevo vínculo con la universidad, lo que no implicó la cancelación del proyecto, pues fue adoptado en su totalidad por la Universidad Sergio Arboleda.

El proceso de diseño y prueba de la electrónica tuvo inconvenientes que retrasaron notablemente el cronograma. Adicionalmente, surgieron problemas de índole judicial ya que el principal asesor del proyecto, el profesor Cesar Ocampo de la Universidad de Texas y de origen colombiano, fue objeto de investigación por parte del FBI por asuntos de transferencia de tecnología. Estas contrariedades obligaron a reducir notablemente los objetivos del Libertad 1 —finalmente quedó aminorado a contener un emisor de señales de datos de temperatura—. Ensayos de temperatura y vibración (que se llevaron a cabo en los Estados Unidos) obligaron también a modificar el diseño original. Finalmente, para mediados del año 2006, el diseño de la tarjeta y el montaje de la batería y antenas en el interior de la estructura del libertad 1 superaron las pruebas. Este retraso en el cronograma fue, paradógicamente, afortunado. De haber estado listo un poco antes, el Libertad 1 hubiese ido como una de las cargas en el lanzamiento del cohete Dnepr LV programado para el 26 de julio de 2006. Una falla en la primera etapa de este cohete ocasionó su colisión en el desierto a unos 150 km al sur del sitio de lanzamiento. Los 18 satélites que llevaba como carga útil (incluyendo 14 CubeSats) resultaron, por supuesto, destruidos.

3. La fase propulsada

El satélite Libertad 1 fue colocado en órbita baja mediante un cohete Dnepr LV lanzado desde el silo subterráneo 109/95 ($\phi = +45^o57'4.2''$, $\lambda = +63^o29'49.5''$, $h = 116$ m, siendo, respectivamente, latitud, longitud[6] y altura sobre el nivel del mar, referidas al elipsoide WGS84) ubicado en el cosmódromo de Baikonur, Kazajistán. El Dnepr LV es una versión adaptada para el lanzamiento de satélites de baja altura del misil balístico intercontinental R-36M, también conocido por analistas militares occidentales como SS-18 Satan. Junto al Libertad 1 estaban otros 13 satélites para ser colocados en órbita: Egyptsat 1 (la carga principal del cohete, primer satélite de senseo remoto de Egipto, con un peso de 100 kg), Saudisat 3 (de 35 kg, dedicado a tareas científicas), 5 satélites SaudiComsat (del 3 al 7, cada uno de 12 kg y destinados a tareas de comunicaciones comerciales) y otros seis CubeSats (CP3, CP4, CAPE-1, Aerocube-2, CSTB-1 y MAST). Los CubeSats son lanzados desde una estructura llamada P-Pod dividida en tres segmentos: A, B y C. Cada segmento puede contener hasta tres CubeSats. En particular, el Libertad 1 estaba alojado en el segmento B.

El cohete despegó el 17 de abril de 2007 a las $6^h46^m35^s$ de TUC (tiempo universal coordinado)[7]. La forma de lanzamiento, en sus primerísimos instantes, es poco convencional y fue heredada de su condición de antiguo misil balístico en estado de alerta permanente. Como el cohete está bajo tierra (dentro de un silo subterráneo), para efectos de que en

[4] http://www.exa.ec
[5] El Espectador, 20 de febrero de 2005.
[6] En esta comunicación asumiremos que la longitud hacia el este es positiva y hacia el oeste negativa.
[7] http://www.ne.jp/asahi/hamradio/je9pel/dneprcub.htm

el despegue el flujo de salida de gases no atente contra la integridad del mismo, su activación ha de hacerse expulsando primero el cohete del foso en el que reside. Al momento de su lanzamiento, el cohete y la envoltura que lo protege son expulsados violentamente del foso a través del método llamado de "lanzamiento en vapor" en el que se insufla en el silo ya con su compuerta superior abierta, y en cuestión de milisegundos, vapor o gases producto de una combustión, con una intensidad tal, que todo el conjunto es eyectado del foso. El cohete, con un peso de 211 toneladas, una vez expulsado y ya en la superficie, entra en funcionamiento, encendiendo su primera etapa de forma casi que instantánea.

La dirección de la trayectoria propulsada del vuelo tuvo un azimut aproximado de 188 grados, lo que implicó sobrevolar áreas de Uzbekistán, Turkmenistán e Irán. Su primera etapa duró en funcionamiento apenas unos 130 segundos. Una vez agotada la primera etapa, esta se separó del cuerpo principal del cohete (colisionando poco tiempo después en una zona desértica al norte de Uzbekistán). A los pocos segundos se encendió la segunda etapa, que duró en operación unos 170 segundos aproximadamente. A su vez, al agotarse el combustible de ésta (que chocará, después de la separación, en las aguas del Océano Índigo) se encendió a los pocos segundos la tercera y última etapa cuya duración fue del orden de unos 11 minutos. Aunque esta etapa tiene el principal propósito de alcanzar la velocidad orbital, posee la característica adicional y poco común (una vez más heredada de su naturaleza de misil balístico con capacidad de atacar múltiples blancos) de que, en su fase final de funcionamiento, realiza una maniobra de rotación de 180 grados al cabo de la cual comienza a liberar (aun con el motor encendido), y en cuestión de pocos segundos, los satélites a ser colocados en órbita. La maniobra tiene el propósito de realizar la inyección orbital de cada una de las cargas útiles con notable exactitud.

4. El Libertad 1 en órbita

El Libertad 1 fue colocado en órbita baja terrestre cuasi polar de tipo sol sincrónico en un tiempo estimado de $7^h\ 02^m\ 6^s$ de TUC del 17 de abril de 2007 (ver Figura 1). De acuerdo con el NORAD[8] el cohete constituyó el décimo séptimo lanzamiento del año 2007. En un principio, el Libertad 1 quedó registrado como la pieza N de ese lanzamiento y se le asignó el número de satélite 31129[9] y así lo informa **Joya** (2007). Sin embargo, hubo una modificación tiempo después, ya que Celestrak[10] designa al Libertad 1 como la pieza M y un número de satélite de 31128 (asignando la pieza N y el número 31129 para el CubeSat CP3). El Director del proyecto, tiempo después, confirmó la asignación del número 31128 para el Libertad 1[11] aun cuando la página del satélite en la Universidad Sergio Arboleda[12] muestra desde el lanzamiento y aun en el momento en que se escriben estas líneas, los elementos orbitales correspondientes al satélite 31129.

Para confusión adicional, el Centro Nacional de Datos de Ciencia Espacial (NSSDC por sus siglas en inglés), adscrito a la Administración Nacional de la Aeronáutica y el Espacio (NASA) le asigna el número 31129. Por el elevado grado de confiabilidad y su actualización día a día de la página Celestrak, y por la información suministrada por el mismo Director del proyecto, asumiremos aquí que el Libertad 1 corresponde al objeto 31128 rastreado por el NORAD.



Figura 1: Una proyección específica de la órbita del Libertad 1 (curva de color blanco) en poco más de un periodo orbital sobre la superficie de la Tierra. Por ser la órbita de tipo sol sincrónico, el satélite se va desplazando de este a oeste.

Los elementos orbitales del Libertad 1, en el instante $21^h 3^m 8.02^s$ (TUC) del 17 de abril de 2007, esto es, unas 14 horas después del momento de la inyección (y que constituyen el primer número de elementos registrado por Celestrak y Space-Track[13] para este satélite) pueden verse en la tabla 1.

Tabla 1: Primer conjunto de elementos orbitales del satélite Libertad 1 tomados por el NORAD: N es el número de revoluciones por día, i es la inclinación con respecto al ecuador celeste, e es la excentricidad, Ω es la ascensión recta del nodo ascendente, ω es el argumento de latitud del perigeo y M_r es la anomalía media en el tiempo de referencia ($21^h 3^m 8.02^s$ de TUC del 17 de abril de 2007).

N	i	e	Ω	ω	M_r
14.568	98.085	0.0086	183.053	206.758	152.914

[8] Acrónimo de North American Aerospace Defense Command (Comando Norteamericano de Defensa Aeroespacial).
[9] Así quedó registrado unos diez días después (http://www.ne.jp/asahi/hamradio/je9pel/dneprcub.htm)
[10] http://www.celestrak.com
[11] Comunicación personal con Raúl Joya.
[12] http://www.usergioarboleda.edu.co/proyecto espacial/index.htm
[13] http://www.space-track.org

A partir de algunos de estos datos es posible determinar el semieje mayor a, y las alturas de perigeo (h_p) y apogeo (h_a), respectivamente. Teniendo en cuenta la tercera ley de Kepler que relaciona el período orbital T con la distancia media a, tenemos que:

$$\frac{1}{N} = T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM_T}} a^{3/2},$$

donde G es la constante de Cavendish (6.67428×10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}) y M_T la masa de la Tierra (5.9736×10^{24} kg). Tomando como unidad de distancia y de tiempo al radio terrestre en el ecuador (RT) (1 RT = 6.37814×10^6 m) y al día solar medio, respectivamente, podemos expresar el semieje mayor como:

$$a = \frac{1}{N^{2/3}} \left(\frac{k}{2\pi}\right)^{2/3} = \frac{6.62331}{N^{2/3}}, \qquad (1)$$

siendo $k = \sqrt{GM_T} = 107.10085$ RT$^{3/2}$ d^{-1}. Las alturas de perigeo (h_p) y apogeo (h_a) son entonces:

$$\begin{aligned} h_p &= a(1-e) - R_T, \\ h_a &= a(1+e) - R_T, \end{aligned}$$

donde R_T representa el radio terrestre en el ecuador.

Teniendo en cuenta los datos de la Tabla 1, deducimos que el semeje mayor de la órbita fue de 1.11039 RT, esto es, 7082.2 km, lo que corresponde a una altura media (h_m) sobre el ecuador de 704 km y alturas de perigeo y apogeo de 643 y 765 km, respectivamente. Sin embargo, estos datos de altura inicial del Libertad 1 no son correctos (al igual que los elementos de los que se calcularon) por las razones que exponemos a continuación. Los satélites CAPE-1 como el CP3, ambos CubeSats también, residían, junto al Libertad 1, en el P-Pod B. La separación de los satélites de la tercera etapa se produce en un intervalo de pocos segundos y es de presumir que el mecanismo eyector produce un cambio de velocidad casi idéntico para los tres satélites, por lo que sus órbitas han de ser en principio muy parecidas, más teniendo en cuenta el hecho de que los tres carecen de sistema de propulsión que puedan alterar su órbita.

Sin embargo, de acuerdo con Celestrak, tanto el CAPE-1 como el CP-3, en su primer conjunto de elementos orbitales, aparecen ambos con valores de $N = 14.518$ y $e = 0.0102$, claramente distintos a los que Celestrak registra para el Libertad 1. Si se consultan los siguientes conjuntos de elementos orbitales para el Libertad 1, se observan valores de elementos de N y e muy semejantes a los registrados en la Tabla 1. Sin embargo, el cuarto conjunto de elementos del Libertad 1, correspondiente a unas 39 horas después de haber quedado en órbita, contiene valores tanto de N como de e casi idénticos a los de CAPE-1 y CP3. Esto lo que sugiere es que los primeros conjuntos de elementos orbitales del Libertad 1 tomados por el NORAD no se corresponden con la trayectoria real del objeto (lo que implica un error de algún tipo en la determinación orbital) y que solo hasta el cuarto conjunto de elementos se puede tener confianza en dichos datos[14].

Reproducimos en la Tabla 2 el conjunto de elementos orbitales correspondiente al instante $21^h54^m52.4^s$ del 18 de abril de 2007, que es el cuarto conjunto de elementos orbitales registrados por NORAD para el Libertad 1.

Tabla 2: Cuarto conjunto de elementos orbitales del satélite Libertad 1 tomados por el NORAD correspondientes al instante $21^h54^m52.4^s$ TUC del 18 de abril de 2007.

N	i	e	Ω	ω	M_r
14.518	98.084	0.0102	184.092	207.965	153.552

Por lo tanto, los valores correctos (al cabo de día y medio en órbita) de la altura media del Libertad 1 es de 720 km con alturas de perigeo y apogeo de 647 y 793 km, respectivamente, valores estos que son los registrados para los tres satélites por el *Orbital Debris Quaterly News*[15].

Claramente, por la orientación espacial ($i > 90$) y las dimensiones de la trayectoria ($h_m < 1500$ km), el Libertad 1 quedó en una órbita de tipo sol sincrónica, la cual quedó determinada fundamentalmente por la órbita deseada de la carga principal. El valor de la tasa diaria de desplazamiento de la ascensión recta del nodo ascendente producida por achatamiento terrestre ($J_2 = 1.083\times10^{-3}$) con los parámetros del Libertad 1 es igual a (**Brooks**, 1977; **Portilla**, 2009):

$$\Delta\Omega = -\frac{3k(180/\pi)J_2}{2a^{7/2}(1-e^2)^2}\cos i \approx +0.964\,^o/\mathrm{d},$$

el cual es un poco menor al requerido para hacer que la órbita se desplace a la misma tasa de desplazamiento que el movimiento medio del Sol (0.985^o/d) y, por lo tanto, que pase por las mismas zonas terrestres bajo similares condiciones de iluminación solar. Pero ello no revirtió problema para los gestores del Libertad 1: quedar en una órbita sol sincrónica exacta no era una condición exigida para la misión.

Debido al movimiento de oeste a este de la rotación de la Tierra, por cada órbita realizada el satélite se va desplazando un ángulo $\Delta\chi$ en dirección hacia el oeste con respecto a un observador ubicado en la superficie terrestre. Dicho ángulo,

[14]No debe extrañar que solo hasta el cuarto conjunto de elementos orbitales se haya corregido la órbita, dado que muy probablemente el segundo y tercer conjunto fueron calculados a partir del primero, dado la forma como NORAD registra y determina los elementos que da a conocer. Ver: www.celestrak.com/columns/v04n05/index.asp#FAQ06

[15]http://www.orbitaldebris.jsc.nasa.gov/newsletter/pdfs/ODQNv11i3.pdf

con los parámetros orbitales del Libertad 1, está dado por (**Portilla**, 2009):

$$\Delta\chi = -360\frac{T}{T_T} = -\frac{360.985852}{N} = -24.86^o,$$

donde $T_T = 0.997269$ es el periodo de rotación sideral de la Tierra en unidades de días solares medios y el signo menos significa que el ángulo tiene la dirección de las agujas del reloj mirado desde el polo norte celeste. Este ángulo no cambia significativamente si se tiene en cuenta el desplazamiento de la ascensión recta del nodo ascendente producida por achatamiento terrestre pues, por cada revolución, es del orden de $+0.964^o/N = +0.06^o$. Tomando entonces el valor de -24.8^o como desplazamiento del paso del satélite con respecto a un observador terrestre se tendrá que la condición de paso sucesivo por el mismo sitio de la superficie terrestre es:

$$n|\Delta\chi| = 360^o m,$$

donde n y m son números enteros. Es claro que $n/m = 360/24.8 \approx 14.5$, valor este que puede obtenerse de la relación $29/2$, queriendo decir con ello que, si el satélite pasa por un sitio en un instante de tiempo determinado, al cabo de 2 días se completan 29 revoluciones y el satélite volverá a pasar aproximadamente por ese mismo sitio.

Es evidente que, si llamamos λ_0 a la longitud terrestre donde ocurre el nodo descendente, los valores de las longitudes terrestres donde se verifican los siguientes nodos descendentes sucesivos vienen dados por:

$$(\lambda_{i+1})_{ND} = \lambda_0 - |\Delta\chi| \times (i+1),$$

donde i toma los valores $i = 0, 1, 2, 3, \cdots$. Igualmente, los valores de la longitud terrestre donde se verifican los nodos ascendentes sucesivos están dados por:

$$(\lambda_{i+1})_{NA} = \lambda_0 + 180^o - \left(\frac{|\Delta\chi|}{2}\right) \times (2i+1).$$

En particular, en el caso que nos ocupa, donde $i = ENT(N/2) = 7$ (donde ENT representa la función valor entero) se tiene un valor de la longitud terrestre del nodo ascendente próximo al valor de λ_0. La diferencia entre estos dos valores de longitud puede hallarse así:

$$(\lambda_7)_{NA} - \lambda_0 = 180^o - \left(\frac{|\Delta\chi|}{2}\right) \times (2i+1) \approx -6^o,$$

Esto lo que quiere decir es que, si el satélite pasa por el nodo descendente a una longitud terrestre dada, al cabo de un poco más de transcurrido un día, el satélite pasa por el nodo ascendente a 6 grados al oeste de la primera. Ilustremos el caso con valores específicos. Por ejemplo, el 19 de abril de 2007, el tiempo local (hora legal de la República de Colombia) de un paso por el nodo descendente ocurrió a las $10^h\ 16^m$ a una longitud de $-71^o\ 43'$, entrando a territorio colombiano por el departamento de Arauca y saliendo por el departamento del Amazonas lo que realizó en un tiempo de 2.5 minutos. Unas 12.5 horas después, el satélite alcanzó a sobrevolar, de nuevo, territorio colombiano pero en esta ocasión poco después de ocurrrir un paso por el nodo ascendente el cual ocurrió a las $22^h\ 41^m$ hora local a una longitud de $-77^o\ 45'$ (en territorio ecuatoriano) entrando y saliendo del territorio terrestre nacional solamente por el departamento de Nariño. Como ya se dijo, los sobrevuelos por los mismos sitios se repiten aproximadamente al cabo de 29 revoluciones, esto es, 2 días después.

Sin embargo, como en cualquier satélite sol sincrónico, a medida que el tiempo transcurre los cruces del satélite por los nodos no se verifican, rigurosamente hablando, a la misma hora local y sobre la misma longitud terrestre. Los errores de inserción orbital y perturbaciones como la atracción gravitacional del Sol y la Luna así como la resistencia atmosférica hacen que el satélite comience a distanciarse de la posición del cruce del nodo descendente (y del tiempo en que ocurre) de tal modo que la ascensión recta del nodo descendente del Libertad 1 se va desplazando en promedio unos 2 grados hacia el este por cada 8 días transcurridos.

El Libertad 1 envió señales de radio en enlace de descenso a una frecuencia de 437.405 MHz que fueron recogidas por varias estaciones de rastreo a lo largo del planeta. Así lo hizo por 22 días al cabo de los cuales pasó a engrosar el listado de objetos considerados como desecho espacial. Continuará en órbita por varios años más.

5. Evolución orbital

Desde el lanzamiento de los primeros CubeSats, en junio de 2003, las órbitas de estos objetos han quedado relativamente altas, por un lado, y por otro, como es de esperarse por su baja masa y tamaño, presentan altos coeficientes balísticos (de acuerdo con la definición adoptada aquí, ver más adelante) lo que significa que la pérdida de altura por rozamiento atmosférico ha sido baja. No es de extrañar, entonces, que aun no se haya verificado a la fecha la reentrada atmosférica de alguno de ellos.

En la Figura 2 se puede observar el cambio de altura promedio ($h_m = a - R_T$) del satélite Libertad 1 desde 1.6 días de su puesta en órbita hasta finales del mes de junio de 2012. La tasa de disminución de altura, causada por rozamiento atmosférico, muestra claramente dos etapas: la primera, se extiende desde 1.6 días del lanzamiento hasta finales de diciembre de 2010 con un descenso claramente lineal y pendiente no tan acentuada; la segunda, caracterizada por poseer una mayor pendiente y un ajuste menos lineal, se extiende desde inicios del año 2011 hasta finales de junio de 2012.

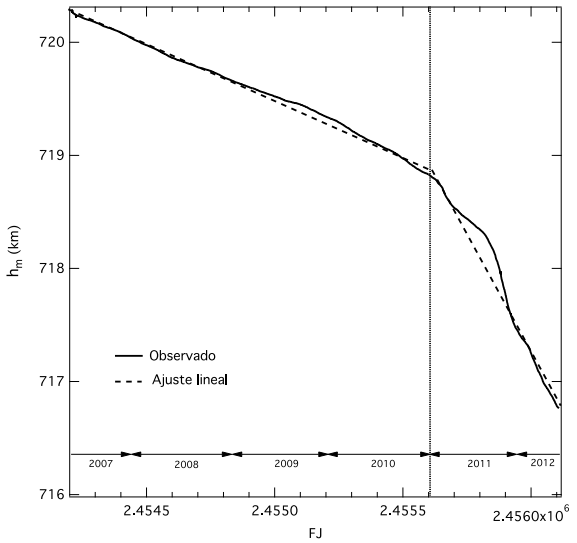


Figura 2: Cambio de altura media (en km) del Libertad 1 en función del tiempo (en fecha juliana). El intervalo de tiempo comprendido va desde 1.6 días del lanzamiento hasta el 30 de junio de 2012. A finales de diciembre de 2010 (FJ $\approx 2.4556 \times 10^6$) hay un cambio claramente definido en la pendiente señalado por la línea recta vertical.

Los valores de las tasas de cambio de la altura, asumiendo ajustes lineales, son:

$$\text{Etapa 1:} \quad \dot{h}_m = -0.966 \pm 0.001\,\mathrm{m\,d^{-1}},$$

$$\text{Etapa 2:} \quad \dot{h}_m = -4.187 \pm 0.028\,\mathrm{m\,d^{-1}},$$

donde los coeficientes de correlación son -0.99 y -0.98 para la etapa 1 y la etapa 2, respectivamente.

La Figura 3 muestra la variación del flujo del Sol en radio a la longitud de onda de 10.8 cm (2.8 GHz) el cual es considerado un indicador confiable de la actividad del Sol. Los datos de flujo fueron tomados de datos promediados y extrapolados de la página de la Oficina del Programa de Residuos Orbitales de la NASA (National Aeronautics and Space Administration)[16]. Es evidente el efecto que tiene la actividad solar sobre la tasa de decaimiento del Libertad 1 principalmente a partir del año 2011.

[16]http://www.orbitaldebris.jsc.nasa.gov/mitigate/das.html

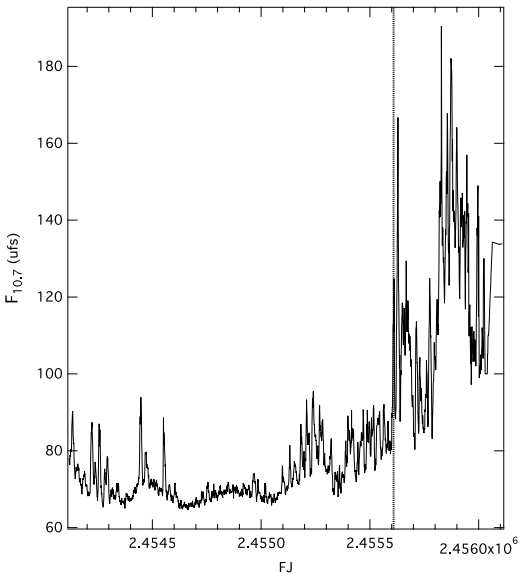


Figura 3: Variación del flujo solar en 10.8 cm en unidades de flujo solar (ufs $=10^{-22}$ joules $\mathrm{m^{-2}\,Hz^{-1}}$). El intervalo de tiempo considerado es idéntico al de la Figura 1.

En la Figura 4 se puede observar la variación temporal de otros elementos orbitales del Libertad 1, comprendido desde su puesta en órbita hasta mediados del año 2012. Se aprecia que, en lo que tiene que ver con la ascensión recta del nodo ascendente y el argumento de latitud del perigeo, que ambos elementos cambian de forma secular y, por lo tanto, circularizan, comportamiento que, como es bien sabido, se debe al efecto del armónico zonal J_2, el término principal de perturbación por la no esfericidad de la Tierra. La línea nodal se desplaza en sentido directo (occidente a oriente) a causa de que $i > 90^o$, mientras que la línea apsidal se desplaza en sentido retrógrado ya que $i > 63.4^o$. Tanto el periodo de circularización nodal (tiempo necesario para que la línea de los nodos realice una revolución completa) como el periodo de circularización apsidal (tiempo necesario para que la línea de las ápsides haga lo propio), los que llamaremos T_{cn} y T_{ca}, respectivamente, están dados, para un satélite artificial perturbado por J_2, por (**Portilla**, 2009):

$$T_{cn} = \frac{27004.2(1-e^2)^2}{N^{7/3}|\cos i|},$$

$$T_{ca} = \frac{27004.2(1-e^2)^2}{N^{7/3}|2-2.5\sin^2 i|},$$

en unidades de día solar medio. Al tener en cuenta los valores del Libertad 1 (Tabla 2) obtenemos: $T_{cn} = 373$ d y $T_{ca} = 116$ d, valores que corresponden casi exactamente a los periodos que se pueden inferir de la Figura 4.

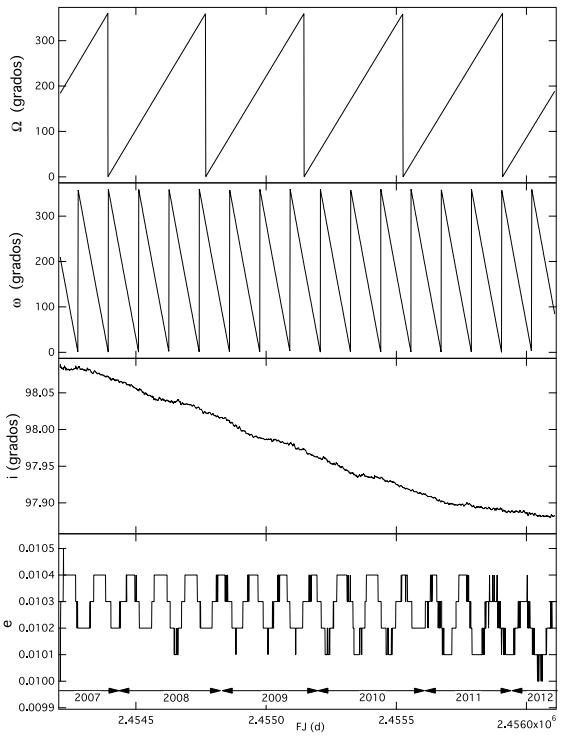


Figura 4: Variación temporal de varios elementos orbitales del Libertad 1. De arriba a bajo: ascensión recta del nodo ascendente, argumento de latitud del perigeo, inclinación y excentricidad.

En cuanto al valor de la inclinación con respecto al ecuador se observa una muy pequeña diminución de carácter secular que puede atribirse a la interacción con la atmósfera terrestre (**Milani, Nobili, Farinella**, 1987). La excentricidad muestra en el intervalo de tiempo estudiado una variación de carácter eminentemente periódico con valores mínimos y máximos comprendidos entre 0.0101 y 0.0104. No se observa aun claramente la tendencia de la excentricidad a ir disminuyendo por resistencia atmosférica debido a los valores exiguos de densidad correspondientes a las alturas a las que se ha desplazado el satélite.

6. Estimación de la densidad atmosférica

Conociendo la tasa de cambio de la altura es posible determinar la densidad promedio de la atmósfera con base en las característica geométricas del satélite. En la descripción de un movimiento de un satélite de masa despreciable alrededor de una Tierra esférica con ausencia de fuerzas externas (i.e., del clásico problema de los dos cuerpos), la energía E por unidad de masa está dada por:

$$E = -\frac{k^2}{2a},$$

la cual, bajo las condiciones expuestas, es una constante. De acuerdo con lo anterior, un cambio que pudiera presentarse de la energía en función del tiempo (potencia) está dado solo por el cambio instantáneo en el semieje mayor:

$$\dot{E} = \frac{k^2}{2a^2}\dot{a}. \tag{2}$$

La energía deja de ser una constante por la presencia de una fuerza de perturbación externa $\vec{F}$. Como se sabe, el trabajo generado por una fuerza está dado por:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int \vec{F} \cdot \vec{r} dt,$$

donde $\vec{r}$ es el vector posición y el vector velocidad $\vec{v}$ puede espresarse como $\dot{\vec{r}}$, siendo dt un intervalor diferencial de tiempo. De ahí que la potencia $\dot{E}$ pueda escribirse como:

$$\dot{E} = \dot{W} = \vec{F} \cdot \dot{\vec{r}}. \tag{3}$$

La fuerza de perturbación $\vec{F}$ puede expresarse en tres componentes (ver por ejemplo **McCuskey**, 1963; **Murray & Dermott**, 1999): una, tangencial en la dirección del movimiento (F_T), la segunda, normal a la órbita dirigida hacia el lado cóncavo sobre el plano orbital (F_A) y la otra, perpendicular al plano orbital (F_H). Entonces:

$$\vec{F} = F_T\hat{t} + F_A\hat{a} + F_H\hat{h},$$

donde $\hat{t}$, $\hat{a}$ y $\hat{h}$ ($\hat{h} = \hat{t} \times \hat{a}$) son los vectores unitarios dirigidos en esas respectivas direcciones. Puesto que el vector velocidad, por su definición, puede expresarse como $\dot{\vec{r}} = v\hat{t}$, donde v es la magnitud de la velocidad, se deduce entonces:

$$\vec{F} \cdot \dot{\vec{r}} = vF_T. \tag{4}$$

Por lo tanto, teniendo en cuenta las ecuaciones (3) y (4), al despejar $\dot{a}$ en (2) se obtiene:

$$\dot{a} = \frac{2a^2}{k^2} vF_T. \tag{5}$$

Para un satélite de baja altura, la fuerza de perturbación que más afecta el cambio del semieje mayor es la presencia de la atmósfera terrestre, cuyo efecto secular es tanto mayor cuanto menor es la altura (**Milani, Nobili & Farinella**, 1987). La magnitud de la componente tangencial de la fuerza externa, F_T, teniendo en cuenta únicamente la presencia de la resistencia atmosférica, está dada por:

$$F_T = \frac{1}{2}\frac{C_D A}{m} v^2 \rho, \tag{6}$$

donde C_D es el coeficiente (adimensional) de resistencia atmosférico que es función de la forma geométrica del objeto, A el área proyectada del satélite en la dirección del movimiento, m su masa, y ρ la densidad del medio que ejerce

la resistencia. Es común llamar D, coeficiente balístico, a la relación (ver **Vallado**, 1997; **Anderson**, 2000):

$$D = \frac{m}{C_D A}. \tag{7}$$

La tasa de cambio del semieje mayor, expresada por (5), con ayuda de las ecuaciones (6) y (7), y teniendo en cuenta que $|\vec{F_T}| \cdot |\vec{\dot{r}}| = -vF_T$ (ya que la fuerza de resistencia va dirigida en el sentido contrario al vector velocidad), puede escribirse:

$$\dot{a} = -\frac{a^2 v^3 \rho}{k^2 D}, \tag{8}$$

y como la magnitud de la velocidad, para una órbita con excentricidad pequeña ($e \approx 0,\ r = a$), puede escribirse con un buen grado de aproximación como:

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{a}} = \frac{k}{\sqrt{a}}, \tag{9}$$

la que, al reemplazar en (8), teniendo en cuenta (1) y al despejar la densidad se tiene:

$$\rho = -\frac{(2\pi N)^{1/3} D}{k^{4/3}} \dot{a}. \tag{10}$$

Reemplazando el valor de k y convirtiendo la unidad de longitud a centímetros, podemos llegar a:

$$\rho = -8,918 \times 10^{-21} D N^{1/3} \dot{a}, \tag{11}$$

donde D está en unidades de $\mathrm{g\,cm^{-2}}$, $\dot{a}$ en $\mathrm{cm\,d^{-1}}$ y N en $\mathrm{d^{-1}}$ y así expresar la densidad en $\mathrm{g\,cm^{-3}}$.

De acuerdo con **Oltrogge & Leveque** (2011) el valor de C_D de un CubeSat 1U es de 2.2; con una masa de 1000 g y un área de sección transversal que va desde 100 $\mathrm{cm^2}$ hasta unos 150 $\mathrm{cm^2}$ (en el caso probable de que el Libertad 1 esté dando tumbos) tenemos que:

$$D = \begin{cases} 4.5\ \mathrm{g\,cm^{-2}}, & \text{si } A = 100\,\mathrm{cm^2}, \\ 3.0\ \mathrm{g\,cm^{-2}}, & \text{si } A = 150\,\mathrm{cm^2}. \end{cases}$$

Puesto que $a = R_T + h_m$, se deduce que $\dot{a} = \dot{h}_m$. De ahí que pueda calcularse un valor promedio de la densidad, $\bar{\rho}$, existente entre las dos etapas claramente definidas por las tasas de decaimiento de $\dot{h}_m$ vistas atrás. La variación de N dentro del tiempo considerado es pequeña por lo que podemos adoptar un valor nominal de $N = 14.52$. De este modo, los valores de la densidad promedio de la atmósfera calculados mediante (11) son:

$$\bar{\rho} = \begin{cases} 6.3 - 9.5 \times 10^{-18}\ \mathrm{g/cm^3}, & \text{si } 718.8\,\mathrm{km} < h_m < 720.2\,\mathrm{km}, \\ 2.7 - 4.1 \times 10^{-16}\ \mathrm{g/cm^3}, & \text{si } 716.3\,\mathrm{km} < h_m < 718.8\,\mathrm{km}. \end{cases}$$

Es claro que el valor de densidad promedio derivado de la segunda etapa está fuertemente influenciado por la activación del Sol observada desde el comienzo del año 2011. Los valores de densidad así calculados pueden contrastarse con los valores nominales de atmósferas estándar. Por ejemplo, el modelo de la *U.S. Standard Atmosphere, 1976*[17], establece, para una altura geométrica comprendida entre 715 y 720 km, un valor de densidad de $2.4 - 2.5 \times 10^{-17}$ $\mathrm{g\,cm^{-3}}$.

Por supuesto, se debe tener muy presente que los valores de densidad en la ionósfera experimentan fuertes variaciones, comenzando por las diurnas que comprenden el calentamiento de la alta atmósfera por la radiación ultravioleta, la protuberancia subsolar de la atmósfera (que ocurre unas 2 a 3 horas después del medio día local) y que puede ocasionar variaciones hasta de un 15 %, como también de la declinación solar (que varía en el transcurso del año). El Sol, como ya se dijo, influye de manera notable: la rotación solar puede ocasionar variaciones de la densidad que alcanzan el 10 % en tanto que las de las tormentas solares alcanzan variaciones de hasta el 30 %.

7. Conclusiones

El satélite Libertad 1 fue iniciativa de la Universidad Sergio Arboleda, institución de carácter privado que compró la estructura de un CubeSat y diseñó una tarjeta y otros componentes para efectos de que, una vez en órbita, pudiera emitir datos de temperatura. El hecho de que hasta la fecha (casi seis años después) no haya salido a la luz un documento que presente un análisis de las señales obtenidas, sugiere que la iniciativa de colocar el satélite obedeció más a intereses de carácter propagandístico que de satisfacer objetivos de naturaleza científica o técnica.

Hemos presentado datos correspondientes a los elementos orbitales del Libertad 1 a las pocas horas de su puesta en órbita y se presentaron datos de la variación de estos desde abril de 2007 hasta mediados del año 2012. Debido a su escaso tamaño y la altura relativamente alta en la que quedó, el satélite ha sido poco afectado por rozamiento atmosférico, perdiendo pocos kilómetros de altura en el mencionado intervalo. Se evidencia un efecto particularmente notable de disminución de altura con el reinicio de actividad solar a partir del año 2011. Aun así, el Libertad 1 continuará orbitando la Tierra por varios años más. Los periodos de circularización observados de la ascensión recta del nodo ascendente así como del argumento de latitud del perigeo se ajustan bien a los valores teóricos.

Finalmente, hemos realizado un cálculo de estimación de densidad promedio de la atmósfera terrestre a alturas medias comprendidas entre 716 y 720 km con base en las tasas de decaimiento del semieje mayor.

[17] U.S. Standard Atmosphere, 1976, NOAA, NASA, Washington, 1976.

Agradecimientos

El autor agradece los comentarios y sugerencias por parte de un árbitro anónimo.

Bibliografía

Anderson, J. D. 2000. Introduction to Flight, McGraw-Hill Co., Singapur.

Brooks, D. R. 1977. An Introduction to Orbit Dynamics and Its Application to Satellite-Based Earth Monitoring Missions, NASA Reference Publication 1009, Washington, D.C.

Caday-Eames, E. 2006. Small Box, Big Potential. Boeing Frontiers, Octubre, p. 20.

Hill, J. et al. 2011. The NSF Firefly CubeSat mission: Rideshare mission to study energetic electrons produced by lightning, IEEE Aerospace Conference.

Joya, R. 2007. Libertad 1, primer satélite colombiano en el espacio. Innovación y Ciencia, **14**: 16-23.

Joya, R., et al. 2007. Misión Libertad 1, primer satélite colombiano. Análisis Geográficos, **37**: 140-143.

Kitts, C., et al. 2007. Flight Results from the GeneSat-1 Biological Microsatellite Mission. Proc. 21, AIAA/USU Conference on Small Satellites, Logan, Utah.

McCuskey, S. W. 1963. Introduction to Celestial Mechanics, Addison-Wesley Pub. Co., Reading, Massachusetts.

McHugh, M. J., et al. 2009. DUst Sounder and Temperature Imager Experiment (DUSTIE). American Geophysical Union, abstract No. SM33C-1575.

Milani, A., Nobili A. M., Farinella, P. 1987. Non-Gravitational Perturbations and Satellite Geodesy, Adam Hilger, Bristol.

Murray C. D. & Dermott, S. F. 1999. Solar System Dynamics, Cambridge University Press, Cambridge.

Oltrogge, D. F. & Leveque, K. 2011. An Evaluation of CubeSat Orbital Decay. En Small Satellite Conference, Logan, Utah.

Portilla, J. G. 2009. Elementos de Astronomía de Posición. Editorial Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

Soojung-Kim Pang, A. & Twiggs, B. 2011. Citizen Satellites. Scientific American, **304**: 28-33.

Toorian, A., Diaz, K., & Lee, S. 2008. The Cube Sat Approach to Space Access, IEEE Aerospace Conference.

Vallado, D. A. 1997. Fundamentals of Astrodynamics and Applications, McGraw-Hill Co., New York.

Waido, S., Henry, D. & Campbell, M. 2002. CubeSat Design for LEO-Based Earth Science Missions, IEEE Aerospace Conference.

Woellert, K., et al. 2011, Cubesats: Cost-effective Science and Technology Platforms for Emerging and Developing Nations. Advances in Space Research, **47**: 663-684.

Recibido: 4 de octubre de 2012
Aceptado para publicación: 5 de diciembre de 2012