CUESTIONES REFERENTES A LA ASTRONOMIA

JULIO GARAVITO A.
Director del Observatorio Astronómico Nacional, de 1893 a 1919

LA LEY NEWTONIANA ES GENERAL

Uno de los problemas más interesantes de la Astronomía moderna es el de dilucidar si la ley de gravitación newtoniana es general; esto es, si los sistemas estelares obedecen también a esa ley.

La observación de los movimientos de las estrellas dobles demuestra que el movimiento relativo de la estrella satélite alrededor de la central es un movimiento elíptico en donde se verifica la ley de las áreas. En este movimiento aparente la estrella central no ocupa ni el centro ni el foco de la elipse aparente.

Pero el movimiento que observamos es la proyección del movimiento real sobre un plano normal a la visual, y como las áreas proyectadas son los productos de las áreas reales por el coseno del ángulo de las normales a los dos planos, resulta que si la ley de las áreas se cumple en el movimiento proyectado, se cumplirá también en el movimiento real. Por otra parte, bien puede ocupar la estrella central el foco de la elipse real, pues el foco de la proyección no es la proyección del foco de la elipse real. Por tanto, las observaciones no contradicen la ley newtoniana. Pero esto no basta; es necesario saber si ellas la confirman.

Para dilucidar este punto importante seguiremos dos métodos: el método fundado en la Mecánica racional y el fundado en las observaciones espectroscópicas.

Primer método:

1.—Sea $a^2\eta^2 + b^2\xi^2 = a^2b^2$ la ecuación de la elipse real, referida a sus ejes principales. Sean α y β las coordenadas de la estrella central. Si tomamos ésta como origen de coordenadas (x, y) tendremos:

$a^2(y+\beta)^2 + b^2(x+\alpha)^2 = a^2b^2$ De donde $a^2y^2 + 2a^2\beta y + a^2\beta^2 + b^2x^2 + 2b^2\alpha x + b^2\alpha^2 - a^2b^2 = o$

O bien: $a^2(x^2+y^2) - c^2x^2 + 2(a^2\beta y + b^2\alpha x) - (a^2b^2 - a^2\beta^2 - b^2\alpha^2) = o$

Pongamos: $x = r\cos\theta$ $y = r\,sen\,\theta$

y tendremos: $r^2(a^2 - c^2\cos^2\theta) + 2(a^2\beta\,sen\,\theta + b^2\alpha\cos\theta)\,r - (a^2b^2 - a^2\beta^2 - b^2\alpha^2) = o$

Dividiendo por r^2 y poniendo $u = \frac{1}{r}$ se obtiene:

$$a^2 - c^2\cos^2\theta + 2(a^2\beta\,sen\,\theta + b^2\alpha\cos\theta)\,u - (a^2b^2 - a^2\beta^2 - b^2\alpha^2)\,u^2 = o$$

O bien: $(a^2b^2 - a^2\beta^2 - b^2\alpha^2)\,u^2 - 2(a^2\beta\,sen\,\theta + b^2\alpha\cos\theta)\,u - (a^2 - c^2\cos^2\theta) = o.$

Pongamos, para simplificar:

$A = a^2b^2 - a^2\beta^2 - b^2\alpha^2$ $p = a^2\beta\,sen\,\theta + b^2\alpha\cos\theta$ $q = \alpha^2 - c^2\cos^2\theta$

Tendremos: $Au^2 - 2pu - q = o$ De donde $Au = p \pm \sqrt{p^2 + Aq}$ (1)

2.—Sea F la atracción de la estrella central sobre la estrella satélite y m la masa de la estrella satélite. Pongamos: $\frac{F}{m} = f(r)$ $\therefore$ $F = K(M+m)$

Las ecuaciones de movimiento relativo de la estrella satélite serán:

$\frac{d^2x}{dt^2} = -f(r)\frac{x}{r}$ $\frac{d^2y}{dt^2} = -f(r)\frac{y}{r}$ De donde $\frac{dx}{dt}\,d\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt}\,d\frac{dy}{dt} = -f(r)\,dr$

O bien $d(v^2) = -2f(r)\,dr$ (α) Pero $v^2 = \frac{ds^2}{dt^2} = \frac{dr^2 + r^2d\theta^2}{dt^2}$

Según la ley de las áreas $c\,dt = r^2\,d\theta$ De donde $dt = \frac{r^2\,d\theta}{c}$ Y por tanto

$v^2 = c^2\frac{dr^2 + r^2d\theta^2}{r^4\,d\theta^2} = c^2\left[\frac{1}{r^2} + \left(\frac{d\frac{1}{r}}{d\theta}\right)^2\right]$ De donde $d(v^2) = -2c^2\left[\frac{1}{r^3} + \frac{1}{r^2}\frac{d^2\frac{1}{r}}{d\theta^2}\right]dr$

Sustituyendo en (α) se tendrá: $\frac{c^2}{r^2}\left[\frac{1}{r} + \frac{d^2\frac{1}{r}}{d\theta^2}\right] = f(r)$ O bien, poniendo: $u = \frac{1}{r}$

se tendrá: $cu^2\left(u + \frac{d^2u}{d\theta^2}\right) = f\left(\frac{1}{u}\right)$ De donde $\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \frac{f\left(\frac{1}{u}\right)}{cu^2} = \varphi(u).$

Así, pues, la expresión $\frac{d^2u}{d\theta^2} + u$ debe ser una función de u.

3.—Volviendo sobre la ecuación (1), en la cual u, p y q son funciones de θ, tendremos, derivando con relación a esta variable y poniendo para simplificar $R = p^2 + Aq$

$$\frac{dR}{d\theta} = R' \qquad \frac{d^2R}{d\theta^2} = R'' \qquad \frac{dp}{d\theta} = p' \qquad \frac{d^2p}{d\theta} = p'' \qquad \frac{dq}{d\theta} = q' \qquad \frac{d^2q}{d\theta^2} = q''$$

Notando además que

$$p = a^2\,\beta\,sen\,\theta + b^2\,\alpha\,cos\,\theta \qquad q = a^2 - c^2\,cos^2\,\theta$$
$$p' = a^2\,\beta\,cos\,\theta - b^2\,\alpha\,sen\,\theta \qquad q' = 2\,c^2\,cos\,\theta\,sen\,\theta$$
$$p'' = -p \qquad q'' = 2\,c^2\,cos^2\,\theta - 2\,c^2\,sen^2\,\theta$$

$$Au = p \pm R^{1/2} \qquad A\frac{du}{d\theta} = p' \pm \frac{1}{2}R^{-1/2}R' \qquad A\frac{d^2u}{d\theta^2} = -p \mp \frac{1}{4}R^{-3/2}R'^2 \pm \frac{1}{2}R^{-1/2}R''.$$

Sumando la primera con la última, se tendrá: $$A\left(\frac{d^2u}{d\theta^2} + u\right) = \pm R^{1/2}\left[1 - \frac{1}{4}R^{-2}R'^2 + \frac{1}{2}R^{-1}R''\right]$$

O bien $$A\left(\frac{d^2u}{d\theta^2} + u\right) = \pm R^{-3/2}\left[R^2 - \frac{1}{4}R'^2 + \frac{1}{2}RR''\right].$$

Pero, tenemos $R = p^2 + A\,q$ $R' = 2pp' + A\,q'$ $R'' = 2\,p'^2 - 2p^2 + Aq''$

De donde $$A\left(\frac{d^2u}{d\theta^2} + u\right) = \pm R^{-3/2}\left[(p^2 + Aq)^2 - \frac{1}{4}(2pp' + Aq')^2 + \frac{1}{2}(p^2 + Aq)(2p'^2 - 2p^2 + Aq'')\right]$$

Se tendrá, hechas las reducciones:

$$A\left(\frac{d^2u}{d\theta^2} + u\right) = \pm R^{-3/2}\left[(p^2 + p'^2)\,q - \left(p'q' - \frac{1}{2}pq''\right)p + A\left(q^2 - \frac{1}{4}q'^2 + \frac{1}{2}qq''\right)\right]$$

Ahora bien: $$p^2 = a^4\,\beta^2\,sen^2\,\theta + 2\,a^2\,b^2\,\alpha\,\beta\,sen\,\theta\,cos\,\theta + b^4\,\alpha^2\,cos^2\,\theta$$
$$p'^2 = a^4\,\beta^2\,cos^2\,\theta - 2\,a^2\,b^2\,\alpha\,\beta\,cos\,\theta\,sen\,\theta + b^4\,\alpha^2\,sen^2\,\theta$$
$$p^2 + p'^2 = a^4\,\beta^2 + b^4\,\alpha^2$$
$$p'\,q' = 2\,a^2\,c^2\,\beta\,sen\,\theta\,cos^2\,\theta - 2\,b^2\,c^2\,\alpha\,sen^2\,\theta\,cos\,\theta$$
$$-\frac{1}{2}\,pq'' = -a^2\,c^2\,\beta\,sen\,\theta\,cos^2\,\theta + a^2\,c^2\,\beta\,sen^3\,\theta - b^2\,c^2\,\alpha\,cos^3\,\theta + b^2\,c^2\,\alpha\,cos\,\theta\,sen^2\,\theta$$
$$p'q' - \frac{1}{2}\,pq'' = a^2\,c^2\,\beta\,sen\,\theta\,cos^2\,\theta - b^2c^2\,\alpha\,sen^2\,\theta\,cos\,\theta + a^2\,c^2\beta\,sen^3\,\theta - b^2\,c^2\,\alpha\,cos^3\,\theta$$
$$= a^2\,c^2\,\beta\,sen\,\theta - b^2\,c^2\,\alpha\,cos\,\theta$$
$$q^2 = a^4 - 2\,a^2\,c^2\,cos^2\,\theta + c^4\,cos^4\,\theta \qquad \therefore \qquad -\frac{1}{4}q'^2 = -c^4\,cos^2\,\theta + c^4\,cos^4\theta$$
$$\frac{1}{2}qq'' = -a^2\,c^2 + (c^4 + 2\,a^2\,c^2)\,cos^2\,\theta - 2\,c^4\,cos^4\,\theta \qquad q^2 - \frac{1}{4}q'^2 + \frac{1}{2}qq'' = a^2(a^2 - c^2)$$

Por tanto $$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \pm R^{-3/2}[(a^4\,\beta^2 + b^4\,\alpha^2)\,q - c^2\,(a^2\,\beta\,sen\,\theta - b^2\,\alpha\,cos\,\theta)\,p + A\,a^2(a^2 - c^2)]$$

Tendremos, pues,

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \pm R^{-3/2}\,[Aa^2(a^2 - c^2) + (a^4\beta^2 + b^4\,\alpha^2)\,(a^2 - c^2\,cos^2\theta) - c^2(a^2\,\beta\,sen\,\theta - b^2\alpha\,cos\,\theta)p]$$
$$= \pm R^{-3/2}[Aa^2(a^2 - c^2) + (a^4\,\beta^2 + b^4\,\alpha^2)a^2 - (a^4\,\beta^2 + b^4\,\alpha^2)\,c^2\,cos^2\,\theta - c^2(a^4\,\beta^2\,sen^2\,\theta - b^4\,\alpha^2\,cos^2\,\theta)]$$
$$= \pm R^{-3/2}\,[Aa^2(a^2 - c^2) + (a^4\beta^2 + b^4\,\alpha^2)a^2 - a^4\,c^2\,\beta^2 - (a^4\,\beta^2\,c^2 + b^4\,\alpha^2\,c^2 - a^4\,c^2\,\beta^2 - b^4\,c^2\alpha^2)\,cos^2\,\theta]$$
$$= \pm R^{-3/2}[a^2\,[A\,(a^2 - c^2) + a^4\beta^2 + b^4\,\alpha^2 - a^2\,c^2\,\beta^2]]$$
$$= \pm R^{-3/2}\,a^2\,[(a^2\,b^2 - a^2\,\beta^2 - b^2\,\alpha^2)\,(a^2 - c^2) + a^4\,\beta^2 + b^4\,\alpha^2 - a^2\,c^2\,\beta^2]$$

O bien: $$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \pm R^{-3/2}\,[a^2\,b^4 - a^2\,b^2\,\beta^2 - b^4\,\alpha^2 + a^4\,\beta^2 + b^4\,\alpha^2 - a^2c^2\,\beta^2]\,a^2$$
$$= \pm R^{-3/2}[a^2\,b^4 + a^2\,\beta^2(a^2 - b^2 - c^2)]\,a^2$$

O finalmente: $$u + \frac{d^2u}{d\theta^2} = \pm R^{-3/2}\,a^4\,b^4$$

Por lo tanto, para que $\frac{d^2u}{d\theta^2} + u$ sea independiente de θ es necesario que R lo sea.

4.—*Condición para que R sea independiente de θ.* Tenemos:

$$R = p^2 + Aq = (a^2\,\beta\,sen\,\theta + b^2\,\alpha\,cos\,\theta)^2 + A\,(a^2 - c^2\,cos^2\,\theta)$$

O bien: $$R = a^4\,\beta^2\,sen^2\,\theta + 2a^2b^2\,\alpha\,\beta\,sen\,\theta\,cos\,\theta + b^4\,\alpha^2\,cos^2\,\theta + Aa^2 - Ac^2\,cos^2\,\theta$$

O aun $$R = Aa^2 + a^4\beta^2 + 2a^2b^2\,\alpha\,\beta\,sen\,\theta\,cos\,\theta - (Ac^2 + a^4\beta^2 - b^4\,\alpha^2)\,cos^2\theta.$$

Para que R sea independiente de θ es necesario y basta que los coeficientes de los términos en $sen\,\theta\,cos\,\theta$ y en $cos^2\,\theta$ lo sean: $2\,a^2\,b^2\,\alpha\,\beta = o$ $A\,c^2 + a^4\,\beta^2 - b^4\,\alpha^2 = o.$

Ahora, como a y b son diferentes de cero, se deberá tener:

(I) $\alpha\,\beta = o$ (II) $a^2\,b^2\,c^2 - a^2\,c^2\,\beta^2 - b^2\,c^2\,\alpha^2 + a^4\,\beta^2 - b^4\,\alpha^2 = o$

De la primera se deduce que deben ser nulos α ó β. La segunda puede escribirse así:

$a^2\,b^2\,c^2 + a^2\,\beta^2(a^2 - c^2) - b^2\,\alpha^2(b^2 + c^2) = o$ O bien: $a^2\,c^2 + a^2\,\beta^2 - a^2\,\alpha^2 = o.$

Las ecuaciones son, pues, $\alpha\,\beta = o$ $c^2 + \beta^2 - \alpha^2 = o$

Cuyas soluciones son: $\beta = o$ $\alpha = \pm c.$

Cuando $\alpha = o$ y $\beta = o$ resulta que $p = o$ y por tanto: $Au = \pm R^{1/2}$

Es decir, que R es función de u. Se tendrá, pues, como únicos casos en los que $\frac{d^2u}{d\theta^2} + u$ es función exclusiva de u, los siguientes:

1er. caso: $\alpha = \pm c$ $\beta = o.$ *La estrella central ocupa un foco de la elipse.*

Tenemos: $\frac{d^2u}{dt^2} + u = \frac{F}{m}\cdot\frac{r^2}{C^2} = \pm a^4\,b^4\,R^{-3/2}$ Y como $R = p^2 + Aq = a^2\,b^4$

se tendrá: $$\frac{F}{m}\cdot\frac{r^2}{C^2} = \pm a^4\,b^4\cdot\frac{1}{a^3\,b^6} = \pm\frac{a}{a^2(1 - c^2)} = \pm\frac{1}{a\,(1 - c^2)}$$

De donde, atendiendo a que la fuerza debe ser atractiva, por cuanto a que la curva vuelve su concavidad hacia el foco, se halla: $$F = \frac{mC^2}{a\,(1 - c^2)}\cdot\frac{1}{r^2}$$

La fuerza varía, pues, en razón inversa del cuadrado de la distancia. (Ley de Newton).

2º caso: $\alpha = o$ $\beta = o.$ *La estrella ocupa el centro.* En este caso se tiene $Au = \pm R^{1/2}$

Por tanto, R es función de u y se verifica la condición de que

$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \pm R^{-3/2}.\ Aa^2\,b^2 = \pm a^4\,b^4\,R^{-3/2}$ es una función de u. En efecto

$R^{1/2} = a^2b^2u$ $\therefore$ $R^{3/2} = a^6b^6u^3 = \frac{a^6b^6}{r^3}$ De donde $\frac{F}{m}\cdot\frac{r^2}{C^2} = \pm\frac{r^3}{a^2b^2}$

Y por tanto $$F = \frac{m\,C^2}{a^4(1 - c^2)}\,r.$$

La fuerza es proporcional a la distancia.

Ahora bien: como la estrella central no ocupa el centro de la elipse aparente, no ocupará el centro de la elipse real y este último caso queda excluído.

No queda, pues, en pie sino el primer caso; esto es, el de la ley newtoniana.

Por otra parte, hemos hecho caso omiso de fuerza función del ángulo polar, porque no hay conservación de energía sino en el caso de fuerza que sea función de la distancia, y en el movimiento de las estrellas dobles hay conservación de energía, pues el movimiento relativo de la estrella satélite con relación a la central es periódico y la velocidad es la misma para la misma posición.

Queda, pues, generalizada la ley de Newton.

Se ha dicho que la ley de gravitación no debe extenderse a grandes distancias, esto es, que ella puede verificarse entre estrellas vecinas, pero que para estrellas muy lejanas no debe ser verificada por cuanto no se nota aproximación entre las estrellas.

Bien puede suceder que la ley de Newton encierre otro término de grado superior, el cual sea insensible para las distancias entre el sol y los planetas o entre estrellas vecinas como las estrellas dobles o múltiples, pero que se haga sentir para distancias mayores como entre Sirio y el sol, etc., y que venga a compensar la atracción o el efecto del primer término. Esto no tiene nada de inadmisible; pero el argumento presentado a favor de dicha hipótesis no es valedero. En efecto, sabemos, por la ley de Newton, que si

$$v^2 \lessgtr \frac{2u}{r}$$

el astro describe elipse, parábola o hipérbole. En el caso de estrellas muy lejanas, r es muy grande, y como las velocidades de las estrellas son comparables y aun mayores que las velocidades relativas de los planetas con relación al sol, resultará que describirán trayectorias hiperbólicas y no tienen por qué aproximarse unas a otras. El segundo método es debido a M. Satet—*(Boletín del Observatorio de París).*

DETERMINACION DE LA ORBITA DE LA ESTRELLA SATELITE EN UN SISTEMA ESTELAR DOBLE

La estrella satélite describe una elipse aparente alrededor de la estrella central. Sean α y β los semi-ejes de esta elipse aparente; su ecuación referida a su centro y ejes será:

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1. \qquad (1)$$

Sean (Fig. 1) $u_0 = A\,C\,A'$ $u_1 = A'\,C\,B$ En donde $A'A'_1$ $B'B'_1$ representan los semi-ejes de la elipse aparente, $A\,A_1$ $B\,B_1$ las proyecciones de los semi-ejes de la elipse real y F el foco de ésta, el cual ocupa la estrella central. Llamemos u_0 y u_1 los ángulos $A\,C\,A'$ y $B\,C\,A'$. El primero es conocido; el segundo se deduce de la fórmula:

(2) $tang\ u_1 \quad tang\ u_o = -\frac{\beta^2}{\alpha^2}$ toda vez que $A\,A'$ y BB_1 ejes reales proyectados, forman diámetros conjugados de la elipse aparente.

Sea $C\Omega$ la intersección del plano de la órbita de la estrella satélite con el plano normal a la visual. Llamemos ξ el ángulo $A'\,C\,\Omega$.

Imaginemos una esfera con centro en C y sean $\Omega\,P$ y ΩA las intersecciones de dicha esfera con los planos de la órbita real y de la aparente (Fig. 2).

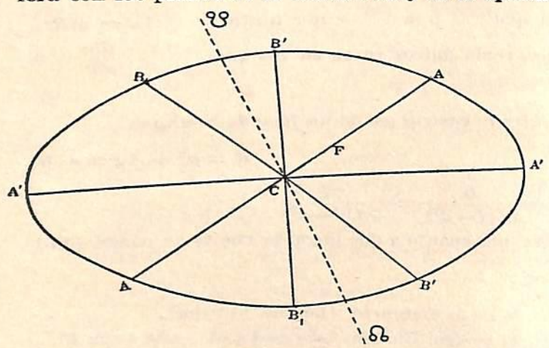


Figura 1a.

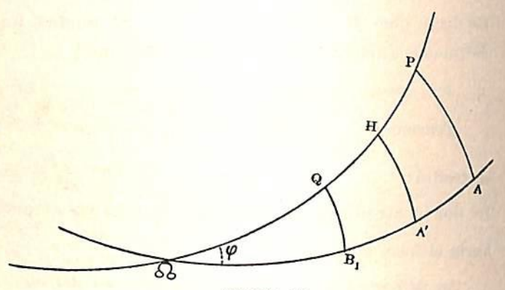


Figura 2a.

Tendremos: $\Omega\,B_1 = \zeta + u_1 - \pi \qquad \Omega\,A' = \zeta \qquad \Omega\,A = \zeta + u_o$

Los tres triángulos esféricos rectángulos $Q\,\Omega B_1 \qquad H\,\Omega\,A' \qquad P\,\Omega\,A$ tienen de común el ángulo φ inclinación de la órbita real con el plano normal a la visual, y son rectángulos en los vértices $B_1 \quad A' \quad y \quad A$ tendremos:

(k) $cos\ \varphi = -\,cotg\ Q\ \Omega\ tang(\zeta + u_1) \qquad cos\ \varphi = cotg\ P\ \Omega\ tang(\zeta + u_o)$

De donde: $cotg\ P\ \Omega\ tang(\zeta + u_o) = -\,cotg\ Q\ \Omega\ tang(\zeta + u_1)$.

Pero $P\,\Omega = Q\,\Omega + \frac{\pi}{2}$ luego $cotg\ P\,\Omega = -\,tang\ Q\,\Omega$ Y por tanto, poniendo para simplificar, $Q\,\Omega = Z_o \qquad tang^2 Z_o = \frac{tang(\zeta + u_1)}{tang(\zeta + u_o)}$ (3)

Pongamos para simplificar: a y b los semi-ejes de la elipse real, y $e = \frac{FC}{AC}$ la excentricidad, la cual nos es conocida. Tendremos $\frac{b}{a} = \sqrt{1 - e^2}$.

Llamemos $\alpha' = C\,A \quad \beta' = C\,B$ proyecciones de los semi-ejes a y b de la elipse real sobre la aparente: así (1) $\alpha' = a\,cos(PA) \qquad \beta' = b\,cos(QB_1)$.

En los triángulos rectángulos $\Omega\,B_1\,Q$ y $\Omega\,A\,P$ (Fig. 2) se tiene:

$$cos\ Z_o = cos\ Q\,B_1\,cos(\Omega\,B_1) = -\,cos(Q\,B_1)\ cos(\zeta + u_1)$$
$$cos\ Z_1 = cos(Z_o + \pi) = cos(\Omega\,P) = cos(\Omega A)\,cos(PA) = cos(\zeta + u_o)\,cos(PA).$$

De donde (m) $cos(P\,A) = \frac{cos\ Z_1}{cos(\zeta + u_o)} \qquad cos(QB_1) = -\frac{cos\ Z_o}{cos(\zeta + u_1)}$

De donde (4) $\frac{\beta'}{\alpha'} = \frac{b}{a}\,\frac{cos(QB)}{cos(PA)} = -\sqrt{1 - e^2}\,\frac{cos(\zeta + u_o)}{cos(\zeta + u_1)} \cdot \frac{cos\ Z_o}{cos\ Z_1}$

Y como $cos\ Z_1 = -\,cos\ Z_o$ se tendrá: (4′) $\sqrt{1 - e^2}\,\frac{cos(\zeta + u_o)}{cos(\zeta + u_1)} = \frac{\beta'}{\alpha'}$ (Ecuación en ζ).

Como β' y α' son conocidos, pues α' es la línea que une la estrella central al centro de la elipse aparente (*), la ecuación (4′) no contiene más incógnita que ζ y podemos despejarla.

Conocida ζ hallaremos ζ_o por (3) y $P\,A_1$ y $Q\,B$ por (m) y finalmente a y b por l. Ahora, como $Q\,\Omega = Z_o$ y $P\,\Omega = \frac{\pi}{2} + Z_o$ se hallará φ por cualquiera de las relaciones (k).

La inclinación φ de la órbita real respecto de la aparente nos queda indeterminada en cuanto al signo; esto es, ignoramos cuál es la porción de la elipse real que se halla más allá o más acá del plano de proyección. Esta indeterminación la puede dilucidar el espectroscopio; pero no importa en lo que respecta al cálculo de la posición aparente.

(*) β' es el diámetro conjugado con α'.

(**) Nota de la Dirección—Usamos el signo Ω en lugar de Ω, que es el símbolo usual del nodo, por carecer de número suficiente de tales signos.

■ ■ ■

NOTAS A LA FLORA DE COLOMBIA, I.

JOSE CUATRECASAS
Profesor del Instituto Botánico de la Universidad Nacional—Bogotá.

ESPELETIA JIMENEZ-QUESADAE Cuatr. n. sp.

Frutex simplex erectus 6 m. altus, vaginis foliorum vetustorum densissime obtectus. Folia valde coriacea, rigida, obovato-oblonga, acutiuscula, 20-30 mm. longa et 8-10 mm. lata; pagina superior glabra, inferior dense et adpresse tomentoso-lanata. Rami floriferi robusti, 30-60 cm. longi, foliis bracteiformis papyraceis acuminatis ornati. Capitula sessilia, 8-12 mm., globulosa, glomerulata in summos ramos et ramusculos corymbi. Flores feminei, corolla in brevem annulum (0′4-0′5 mm. longum) extra crasso pilosum reducta. (Fig. 1 y fig. 6, A).

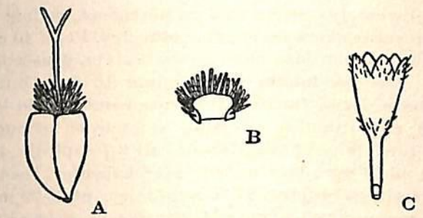


Fig. 1.—*Espeletia Jimenez-Quesadæ*. Cuatr. A, flor femenina; B, corola abierta de la misma; C. flósculo. (× 10 del natural).

Gonzalo Jimenez de Quesada urbis Bogotanæ conditori species dicata.

Typus: Cordillera Oriental de Colombia; dep. Boyacá: Sierra Nevada del Cocuy, hacia La Cueva en La Zanja, páramo 3700 m. alt., J. Cuatrecasas (nº 1635) et H. García Barriga leg.

Tallo simple erguido, de hasta 6 u 8 metros de altura, de unos 10 cm. de diámetro, recubierto por la base de las vainas imbricadas de las hojas secas.

Hojas en roseta terminal (caulirrosuletum) formando un penacho acompañado del conjunto de hojas antiguas, patentes o colgantes, que persisten en la parte superior del tallo y a veces en toda su extensión. Son rígidas y gruesamente coriáceas, de 20-30 cm. long. por 8-10 cm. ancho, aovado oblongas, desde la mitad insensiblemente atenuadas en un pecíolo de unos 7 mm. anchura, pero prolongadas en la base en largas y anchas vainas aplicadas e imbricadas recubriendo el tronco. Bordes revueltos y de perfil irregular, ápice atenuado. Haz lampiño y pruinoso con nervio medio muy acusado, así como los laterales, distanciados de 1 cm. Envés densamente blanco o ferrugíneo tomentoso con los nervios prominentes.

Ramas floríferas de 30-60 cm. longitud, robustas, de 10 mm. de diámetro, con corteza pardo-rojiza recubierta por denso indumento lanoso fácilmente separable. Hojas rameales bracteiformes y papiráceas, reducidas a la vaina largamente acuminada, de 8-10 cm. × 1′5 cm., del mismo color que las ramas, en parte desnudas pero tomentoso-lanosas en la base.

Inflorescencia en panoja corimbiforme con 10 a 15 ramas, las inferiores de hasta 14 cm. longitud, tomentoso-lanosas. Capítulos sentados en los extremos engrosados de las ramificaciones, por grupos de 6 a 15 que forman densos glomérulos terminales.

Cabezuelas de 8-12 mm. diámetro, globulosas.

Brácteas involucrales exteriores 9-10, en dos filas, ovales u oval-lanceoladas, apretadas, ferrugíneo-hirsuto-lanosas exteriormente, lampiñas interiormente de 7 a 9 mm. long. por 3′5-5 mm. ancho.

Pajas del receptáculo de 5 mm. long. oblongo espatuladas, obtusas, naviculares, envolviendo cada flor; dorso ciliado en el ápice.

Flores femeninas en dos filas, con el tubo de la corola reducido a un anillo de 0′4 a 0′5 mm. de alto, provisto de numerosos pelos crasos pluricelulares, sencillos, de hasta 1 mm. de longitud.

Flores del disco de 5 mm. longitud con el tubo estrecho (0′4 mm. diámetro × 2 mm. long.) y algo más corto que el limbo (3 mm. long.) de forma acampanada y profundamente hendido en cinco lóbulos aovados (de 1 mm.). Base del limbo y lóbulos ciliados.

Estambres algo salientes. Estilo exerto en la madurez; estigmas pelosos. Aquenio trigono 2-2′5 mm.

Hermosa especie caracterizada por sus altos y esbeltos troncos con hojas rígidas y coriáceas, carácter único en frailejones de tallo sencillo, así como por sus flores femeninas que sufren la máxima reducción hasta ahora observada en frailejones. Resulta, pues, una interesante forma con caracteres de la sección *nerifolia* (hoja coriácea con el haz lampiño), de la sección *Lindenii* (brácteas papiráceas, ramas duras, corola de las flores femeninas con tendencia a la reducción), y de la sección *grandiflora* con altos tallos columnares y anchas hojas.

Se extiende en vertientes inclinadas, con mayor drenaje, dando lugar a grandes formaciones en el Páramo del Alto del Escobal y en los contrafuertes meridionales de la Sierra Nevada del Cocuy, entre 3.300 y 4.000 m. alt. (Plancha, fig. A).

ESPELETIA ARBELAEZII Cuatr. n. sp.

Caulis erectus, 1 m. altus, capsula ex vaginis siccis imbricatis facta tectus. Folia 26-27 cm. longa et 2′4-2′8 cm. lata, linearia vel lineare-oblanceolata in pe-