dos de valor comprobado: la *Musarana* y el *Cangambá*... Tanto el Cangambá como la Musarana y las demás especies ofiofagas merecen ser protegidas en forma conveniente, dada su importancia en las zonas agrícolas del país" (11).

El Nº 37 de la colección del Colegio de San José corresponde a un ejemplar joven de esta especie; tiene el cuerpo por encima de color negro plomizo y en la parte ventral blanco; en el límite de contacto de los dos colores, cerca de las series de escamas paraventrales, el color es negro rojizo. Las escamas corresponden así: dorsales, 16; ventrales, 220; anales, 1; subcaudales, 63 pares; números que están muy por debajo de lo ordinario.

La "cazadora negra" no intenta jamás atacar al hombre; es una serpiente mansa y preciosa en los campos infestados por serpientes venenosas.

BIBLIOGRAFIA

1 Amaral A., do.—Lista Remissiva dos ophidios da regiao neotropica.
2 Amaral A., do.—Ophidios da Colombia. Mem. Inst. But. 1937.
3 Amaral A., do.—Studies of Neotropical Ophidia, 1930.
4 Amaral A., do.—Bull. of the Antivenin Inst. of Am., 1931, página 87.
5 Duméril et Bibron.—Erpétologie générale, VII, 468.
6 Boulenger.—Ann. & Mag. Nat. Hist. VII, 24, 1911.
7 Amaral A., do.—Snakes from Central America, pág. 67 y Mem. Inst. But. VII, 119, 1932.
8 H. Nicéforo María.—Contribución al conocimiento de la erpetología colombiana, 1933.
9 H. Nicéforo María.—Los reptiles y batracios de Honda (Tolima). Rev. Soc. Col. C. N. Nº 106, 1930, pág. 99.
10 Brazil Vital.—La défense contre l'Ophidisme, 1914.
11 Amaral A., do.—Animaes venenosos do Brasil, pág. 44, Sao Paulo, 1934.

Nota: Aprovecho la presente oportunidad para expresar mis más vivas gracias al doctor Afranio do Amaral, del Instituto Butantan, por la colaboración eficaz que desde hace algunos años viene prestando a este Museo en la sección de erpetología, con sus concimientos vastos sobre ofiofauna colombiana. Otro tanto quiero manifestar al R. H. Nicéforo María del Instituto de La Salle, por su ayuda constante y sus acertadas y eruditas indicaciones.—H. D.

DETERMINACION DE COORDENADAS GEOGRAFICAS

CON EL EMPLEO DE ALGUNOS METODOS POR ALTURAS IGUALES E INSTRUMENTOS PORTATILES

JULIO GARZON NIETO

Jefe de la Oficina de Longitudes y Fronteras del Ministerio de Relaciones Exteriores — Bogotá

INTRODUCCION

A la Oficina de Longitudes se le consulta con frecuencia sobre los métodos más sencillos y más exactos para obtener las coordenadas geográficas de un lugar, y esto con motivo de sabias disposiciones de las leyes que rigen en el país para obtener la adjudicación de terrenos baldíos y concesiones para la explotación de hidrocarburos en el territorio, disposiciones que exigen esta formalidad, y cuyo estudio, aun cuando lentamente, procura también un conocimiento más exacto del país y, por otra parte, favorecen a los mismos beneficiados, pues les evita en el porvenir que nuevas concesiones puedan superponerse a las ya obtenidas.

Como en las citadas leyes, y para evitar engaños, se exige la presentación de las carteras originales de las observaciones y el desarrollo de los cálculos correspondientes, no hay otro camino que el de instruírse suficientemente, pues, por una parte, no todos los ingenieros han tenido la oportunidad de practicar en esta especialidad de la ingeniería, y, por otra, en la mayor parte de los casos no les es posible a tales ingenieros disponer de otros aparatos que los mismos teodolitos con que practican la mensura. A satisfacer esta necesidad está dedicado este estudio, en el cual se han recopilado los métodos más precisos para el objeto, usando instrumentos portátiles.

Los procedimientos para obtener el azimut y la hora no ofrecen dificultad ninguna en la práctica, y de sus resultados se obtienen la declinación magnética y la diferencia de longitud, bastando para esto último comparar la hora local obtenida muy correctamente con las señales horarias que desde hace varios años se dan por multitud de estaciones en Europa y muy principalmente en los Estados Unidos, con ondas cortas y largas, señales que se oyen fácilmente en pequeños aparatos receptores inalámbricos, portátiles y de muy poco precio y fácil manejo. Sin embargo, se describirán igualmente algunos procedimientos referentes a estos asuntos.

Nos ocupamos en seguida de las fórmulas para la determinación de la latitud, desarrollando los procedimientos para obtenerla con absoluta aproximación.

Si el observador logra adquirir buena práctica podrá disminuír en mucho los errores de observación y así el teodolito común puede prestarle buenos servicios, a condición, sin embargo, de buena rectificación del mismo y de que esté provisto de nivel de gran radio de curvatura, o, en otros términos, que el valor de sus divisiones sea pequeño, ojalá no mayor de 15 segundos de arco. En estas condiciones le será fácil obtener buenos resultados, si coloca el aparato en un poste o pilar perfectamente fijo, y se provee, además, de un buen cronómetro, ojalá de tiempo sideral, para evitarse las conversiones del tiempo medio o el empleo de fórmulas un poco más complicadas.

Al describir estos procedimientos y para ser breves, prescindiremos de varias de las consideraciones de los distintos autores, por tratarse únicamente de su aplicación inmediata, pues es claro que el que quiera instruírse mejor puede estudiarlas en los respectivos textos.

Es posible que a los expertos en esta materia que se impongan de estas líneas, les parezca que hubiera sido posible reducir este estudio, por contener él pormenores que tienen que ser conocidos por los ingenieros; sin embargo, no hemos prescindido de ellos para mayor claridad y facilidad, y por cuanto en varias ocasiones se nos han hecho consultas respecto de algunas fórmulas publicadas.

Incluímos en el presente estudio las fórmulas de Stechert, que también resuelven el problema de la latitud de un lugar, por alturas iguales de dos estrellas, de fácil cálculo y resultados bastante exactos. Ocurre, además, que el Almirantazgo alemán publicó una lista de pares de estrellas para este método, con lo cual se facilita mucho su empleo. Esta lista se publicará en folleto aparte.

Igualmente se describe el *Método de Zinger* para la determinación de la hora por alturas iguales de dos estrellas. Su aplicación es sencilla y sus resultados precisos también, siempre que se haga bien la elección de los pares, según las condiciones del método y sólo en esto estriba la dificultad en su aplicación; mas como existe la lista de esos pares, publicada también por el Almirantazgo alemán, lista complementada después por el notable astrónomo venezolano Luis Ugueto, publicada por el mismo en 1911, y que se reproducirá en folleto aparte, aun cuando en forma distinta y solamente para las latitudes comprendidas entre $-6°$ y $+12°$, que alcanzan para el país, introduciéndole ahora, en lista separada, el valor de las coordenadas celestes de las estrellas para este año, con el fin de facilitar su búsqueda en las varias efemérides.

En este estudio han participado todos los ingenieros de la Oficina de Longitudes, como que vienen practicando esos métodos y son verdaderos expertos en la materia.

También se da a conocer un estudio deducido de la fórmula de Laplace para obtener la altura sobre el mar, cómodo en su aplicación, por estar reducido a tablas de fácil manejo y de doble entrada: con los grados del hipsómetro o con los milímetros de presión.

Igualmente se introduce al final una pequeña tabla para la conversión de coordenadas geográficas en topográficas y viceversa.

* * *

Latitud

Tratándose de obtener la posición geográfica de un lugar cualquiera de la superficie terrestre y a menos que pueda disponerse de un observatorio montado con todos los aparatos de precisión y los adelantos modernos, sólo puede hacerse uso de los aparatos portátiles.

Con este motivo se aplican fórmulas y métodos de varios matemáticos y astrónomos, siendo el llamado de "alturas iguales de dos estrellas" el que ofrece mayor precisión.

El procedimiento más sencillo para determinar aproximadamente la latitud de un lugar es el de observar el paso meridiano del sol o de una estrella, cuyas posiciones ciertas están definidas en las efemérides que publican varios Observatorios, aplicando en seguida la fórmula $\phi = \delta \pm z$ (según culmine al sur o al norte del zenit) en que δ es la declinación que dan las efemérides, z la distancia zenital leída en el aparato en el momento de su culminación (valor que hay que corregir siempre de refracción y nivel, y si se tratare del sol, también de paralaje y de semidiámetro). Y para eliminar el error índice y aproximar más el valor de la latitud, habrá necesidad de multiplicar el número de observaciones, tanto al sur como al norte, promediando primero las de cada lado del zenit para en seguida promediar estos dos valores. Esta observación es solamente aproximada porque de antemano está limitada por la aproximación del aparato, pero en general hay que principiar aplicándola, porque este valor aproximado figura y es elemento en las demás fórmulas.

El distinguido ingeniero venezolano señor Francisco J. Duarte publicó en París en 1920 (Librería Científica—J. Hermann, 6 rue de la Sorbonne) un texto en el cual describe muy bien estos métodos principales de "alturas iguales de dos estrellas", proponiendo algunas modificaciones muy ingeniosas que reducen los largos y complicados cálculos y también y, con este mismo objeto, el uso de las tablas *in extenso* de la reducción al meridiano.

Este estudio nos releva ahora de hacer la descripción completa de aquellos mismos métodos, bastándonos citar primero la fórmula general y fundamental para obtener la latitud de un lugar empleando el método de "alturas iguales de dos estrellas", a saber:

$\phi =$ Latitud del lugar de observación.

$\delta =$ Declinación de la estrella que culmina al norte.

$\delta' =$ Declinación de la estrella que culmina al sur.

$z =$ Distancia zenital meridiana de la estrella norte.

$z' =$ Distancia zenital meridiana de la estrella sur.

$i =$ Inclinación del aparato dada por el nivel.

Tendremos: $z = \delta - \phi$ y $z' = \phi - \delta'$.

Mas como ϕ es la misma, se obtiene:

$$\phi = \tfrac{1}{2}(\delta + \delta') + \tfrac{1}{2}(z' - z) + i \qquad (1)$$

Así, pues, para obtener el valor de la latitud es necesario a la semisuma de las declinaciones de las dos estrellas, cuyos valores están catalogados en las distintas efemérides, agregar la semidiferencia de las distancias zenitales meridianas de las mismas, y agregar, con su signo, la indicación correspondiente al nivel.

El análisis del segundo término hizo idear a Talcott una modificación al teodolito, consistente en agregarle al retículo un hilo horizontal movible, mediante un tornillo micrométrico, de manera de medir, con su ayuda y directamente, esa diferencia en el mismo campo visual; mas como el elemento *tiempo* se mide más fácilmente que el *arco*, se propuso sustituír la distancia zenital por la hora exacta, y no siendo posible obtenerla con toda exactitud al paso de las estrellas por el meridiano, se practican las lecturas en contactos próximos al meridiano con los hilos del retículo; esto se obtiene practicando la observación de las dos estrellas, una que culmine al norte y la otra al sur del zenit, a una distancia zenital prácticamente la misma. Es necesario, sin embargo, conocer previamente el estado Δt del cronómetro a la hora t y la marcha o rata μ del mismo, para en seguida calcular la reducción al meridiano. Este proceder tiene la ventaja de multiplicar el número de las observaciones, puesto que las estrellas, en su ascenso y descenso cruzan todos los hilos horizontales del retículo, que generalmente son cinco.

La observación de las dos estrellas no tiene lugar a la misma altura, porque el eje del aparato no se conserva perfectamente vertical durante la observación, y así la corrección del *nivel de Horrebow* o de *Talcott* hay que tenerla muy en cuenta. En cuanto a la refracción astronómica se estima que no varía durante la observación por ser relativamente corto el tiempo empleado.

Con estos fundamentos generales, los distintos autores obtienen fórmulas para el cálculo de la reducción de cada par de observaciones por un mismo hilo en ambas estrellas, y obtienen las condiciones que deben llenar éstas para que los errores que puedan cometerse afecten en muy poco la latitud.

Estas condiciones son, en general, las siguientes:

Que las estrellas culminen en el meridiano del lugar, una al norte y otra al sur del zenit y sean simétricas con relación al primer vertical, observándolas tan próximas al meridiano como sea posible.

Que la diferencia entre los valores de $\phi - \delta$ para las dos estrellas no exceda el máximum que puede adoptarse, que es de 15′ a 20′.

Que las ascensiones rectas no sean muy diferentes para comodidad y precisión de las observaciones, y

Que las estrellas sean próximamente de la misma magnitud.

Conviene también preparar con anticipación las observaciones, obteniendo, de acuerdo con la separación de los hilos del retículo, las horas del paso por cada hilo, principalmente por el inferior (principio de la observación), de manera que las dos estrellas alcancen a subir más arriba del hilo último, pero siempre muy próximo al meridiano, y también los azimutes correspondientes para la observación.

La observación, haciendo uso de estos métodos de alturas iguales de dos estrellas, se practica en la forma siguiente: se fija el anteojo del teodolito a una distancia zenital superior a la mayor de las dos estrellas escogidas teniendo en cuenta la separación angular entre el primer hilo y el central, aumentando, por precaución, unos 4′ y sin olvidar, por supuesto, tener en cuenta el error índice del aparato. Después se coloca en el azimut obtenido para el primer hilo de la estrella que culmine primero. Con la hora sideral calculada para ese mismo hilo, se espera a que la estrella éntre en el campo visual del telescopio y se observan sucesivamente los pasos por los hilos horizontales del retículo, anotando en esos precisos momentos las horas en un cronómetro cuyo estado y marcha sean conocidos ya, cuidando de que estos pasos tengan lugar en cada hilo horizontal, pero en su cruce con el vertical y central de que tiene que estar provisto el anteojo, para lo cual se mueve el instrumento horizontalmente sin cambiar la altura del anteojo, que permanecerá igual durante toda la observación y en seguida se procede lo mismo para el descenso de la misma o para el ascenso de la segunda, como sucede en ocasiones, hasta terminar con el descenso de la segunda. Esta sucesión se conoce de antemano por la preparación de la observación y tanto antes, como después de cada serie de pasos, se leen las indicaciones del nivel en su posición directa y en la inversa, girando el aparato 180°.

El matemático señor F. J. Duarte, en su obra, describe su ingenioso método que él llama con toda propiedad *"droits des distances zenithales"*, que es sencillo y gráfico, y para el cual calcula una tabla en que reduce los cálculos al minimum y en que para consultar el gráfico sólo hay necesidad de calcular los sencillos coeficientes angulares de esas dos rectas. Esto mismo, pero con otros coeficientes, lo practicamos nosotros, mediante otro gráfico que da tanto las horas como los azimutes, y que se verá adelante.

El ingeniero-geógrafo mejicano Francisco Díaz Covarrubias, en su obra "Nuevos métodos astronómicos", publicada en Méjico en 1867, aplica ya el elemento tiempo y combina el paso de una estrella por cada hilo del retículo con el del mismo hilo de la otra, de manera que cada hilo suministra cuatro datos para la latitud, así: si los hilos son cinco se tendrán veinte latitudes para promediar. Este método exige el conocimiento previo y exacto de la hora y la rata del cronómetro, pero tiene la ventaja de aprovechar las observaciones incompletas, caso que con frecuencia se sucede en la práctica. Sus fórmulas son:

$$\theta = \tfrac{1}{2}(t - t') + \tfrac{1}{2}(\alpha' - \alpha)$$

$$\varepsilon = \tfrac{1}{2}(t + t') - \tfrac{1}{2}(\alpha + \alpha')$$

$$\operatorname{tang} \psi = tg\,\tfrac{1}{2}(\delta - \delta')\; tg\,\tfrac{1}{2}(\delta + \delta')\cot\theta$$

$$tg\,\phi = \frac{sen\,(\varepsilon + \psi)\; tg\,\tfrac{1}{2}(\delta + \delta')\cos\theta}{sen\,\psi}$$

en las que θ ε y ψ son ángulos auxiliares; α y α' las ascensiones rectas de las estrellas; t y t' la hora del cruce de las mismas por el mismo hilo.

El matemático colombiano Sr. Julio Garavito A. introdujo una modificación empleando igualmente el elemento tiempo, y redujo los 20 cálculos de Covarrubias a 5 solamente, o sea igual al número de hilos horizontales del retículo. Para esto tuvo en cuenta que cada hilo suministra cuatro datos, combinando los dos ascensos con los dos descensos de las estrellas por el mismo hilo, y a su vez combina los dos de la primera estrella con los de la segunda, obteniendo la semidiferencia de las horas para cada una y para cada hilo, lo que equivale al semintervalo de cada paso, con lo cual elimina el conocimiento exacto de la hora, bastando entonces conocer solamente la rata del cronómetro, que si es pequeña, como generalmente sucede, puede despreciarse porque el semintervalo descrito es también pequeño. Requiere este procedimiento que para cada hilo se obtengan los cuatro datos de hora completos, es decir, que para ambas estrellas se necesitan veinte horas cronométricas, y si uno solo se pierde, ese hilo ya no suministra ningún valor; y si, por ejemplo, se perdiere el descenso de la segunda estrella, con los quince datos restantes no se podría obtener ni un solo valor de la latitud.

En la aplicación de este método se emplean las tablas de Delambre para la reducción al meridiano, producto de la serie a que da lugar la fórmula correspondiente y de la cual, en este método, se alcanzan a aprovechar los dos primeros términos, despreciando los restantes, cuya suma es muy pequeña, si las estrellas elegidas para formar el par cumplen las condiciones anotadas anteriormente, quedando así restringida la escogencia de estos pares.

Sus fórmulas son las siguientes:

$$A' = \frac{\cos\phi \cos\delta}{\operatorname{sen} z_o} \qquad B' = \left[\frac{\cos\phi \cos\delta}{\operatorname{sen} z_o}\right]^2 \operatorname{cotg} z_o$$

$$m' = \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} H}{\operatorname{sen} 1''} \quad \text{y} \quad n' = \frac{2 \operatorname{sen}^4 \frac{1}{2} H}{\operatorname{sen} 1''}$$

$$A'm' - B'n' = C' = z - z_n$$

$$A''m'' - B''n'' = C'' = z - z_s$$

$$C' - C'' = z_s - z_n$$

$$\phi = \tfrac{1}{2}(z_s - z_n) + \tfrac{1}{2}(\delta - \delta') + i$$

El matemático señor F. J. Duarte, posteriormente, introduce otra modificación que simplifica más el procedimiento, y en vez de calcular hilo por hilo, como en el procedimiento anterior, reduce el total a un solo cálculo, promediando para esto los valores de la reducción al meridiano para cada hilo, y desarrolla en seguida las fórmulas, que son las siguientes.

$$H_n = \tfrac{1}{2}(t_{nw} - t_{ne}) + \tfrac{1}{2}(t_{nw} - t_{ne})\,\mu$$

$$H_s = \tfrac{1}{2}(t_{sw} - t_{se}) + \tfrac{1}{2}(t_{sw} - t_{se})\,\mu$$

Los segundos términos son para tener en cuenta cuando la rata μ del cronómetro tiene un valor apreciable.

$$\delta = \tfrac{1}{2}(\delta + \delta') \qquad \varepsilon = \tfrac{1}{2}(\delta - \delta')$$

$$\xi_o = \frac{\cos\phi}{2 \operatorname{sen} \varepsilon}(m \cos\delta - m' \cos\delta') \qquad \phi_o = \delta + \xi_o$$

$$\Delta_v \phi = \frac{v}{4}\Big[n_{se} + n_{sw} - (n_{ne} + n_{sw})\Big]\frac{\operatorname{sen} z}{\operatorname{sen} \varepsilon} +$$

$$+ \frac{v^2 \operatorname{sen}^2 z}{32 \cos\phi \operatorname{sen} \varepsilon}\left[\frac{(n_{nw} - n_{ne})^2}{m \cos\delta} - \frac{(n_{sw} - n_{se})^2}{m' \cos\delta'}\right]$$

$$\phi = \phi_o + \Delta_v \phi$$

El valor de $\Delta_v\phi$ es el correspondiente a las lecturas n del nivel, cuyo segundo término es generalmente muy pequeño, máxime si se sabe colocar bien fijo el aparato; y el coeficiente del primer término $\frac{\operatorname{sen} z}{\operatorname{sen} \varepsilon}$ es próximamente igual a la unidad, de manera que queda reducido a

$$\Delta_v \phi = \frac{v}{4}\Big[n_{se} + n_{sw} - (n_{ne} + n_{nw})\Big]$$

en que v es el valor de la división de nivel en segundos de arco.

* * *

USO DEL NIVEL

Los fabricantes emplean dos maneras de dividir las escalas de los niveles: con el *cero* en un extremo y luégo de manera continua, o con el *cero* en el centro y continuamente hacia cada extremo, dando lugar a dos fórmulas diferentes, que describimos a continuación.

Si el nivel está graduado con el *cero* en un extremo, éste debe quedar en el extremo próximo al objetivo del anteojo, en la posición del instrumento en que se hace la observación, leyendo el extremo de la burbuja primero del lado de ese extremo, anotándola bajo la denominación de "directo" y en seguida el otro extremo, que se anotará "inverso" a continuación del anterior y en el mismo renglón. Se hace girar el aparato 180° y se repiten estas lecturas, siendo el "directo" el del extremo dirigido a lo observado. Al frente de cada uno de estos dos renglones se escribe la suma de cada uno y si esas dos lecturas van en sentido ascendente, a la suma se le asigna el signo *más* (+) y si al contrario, será *menos* (—); esto bajo el supuesto de que en el círculo vertical se aprecien distancias zenitales, que si fueren alturas, entonces los signos son al contrario. Aquellas dos sumas parciales se suman algebraicamente y el resultado, con su signo, se multiplica por ¼ del valor de una división del nivel. Ejemplo para alturas:

D	I	
4	21	—25
26	9	+35
		+10

Corrección debida al nivel: $+10 \times \frac{1}{4}\,n''$. Siendo n = valor de la división del nivel.

Si el nivel está graduado del centro hacia los extremos, se practican las lecturas, también desde el centro hacia cada extremo, llamándolas lo mismo y se colocan igual, para proceder en la forma siguiente (traduciendo el ejemplo anterior para este caso y sabiendo que las divisiones del primer nivel son de *0* a *30* y las del segundo de *0* en el centro hacia *15* en cada extremo):

D	I
11	6
11	6
22	12

22 — 12 = 10 (Lo mismo que anteriormente).

La regla para el signo es: Si la suma de las "D" es la mayor, quiere decir que la inclinación del eje vertical está hacia el inverso, es decir, que la lectura es menor que la verdadera y, por consiguiente, hay que sumar; en caso contrario habría que restar. Para nuestro ejemplo, la corrección sería de

$$+10 \times \tfrac{1}{4}\, n''$$

Y el resultado es el mismo si en el aparato se aprecian alturas; pero si son distancias zenitales, los signos serían al contrario.

Bien se comprende que para ambos casos y para facilitar operaciones, es posible la construcción de una tabla con el argumento igual a la cuarta parte del valor de la división del nivel, en arco, incluyendo los décimos, que es hasta donde es posible aproximar las lecturas de la burbuja y de esa tabla se obtendrá para cada caso, el valor de la corrección correspondiente al nivel, según el número de divisiones y décimos de división, resultado de las operaciones que se acaban de describir.

Por demás está advertir que para que una observación del nivel sea completa, hay que leer sus dos extremos tanto en su posición directa, es decir, hacia el objeto observado, como también en la inversa, después de girar el aparato 180°.

* * *

FORMULAS FUNDAMENTALES

Con alturas iguales de dos estrellas se han obtenido fórmulas para la determinación de la hora, para la latitud y para el azimut separadamente, como también para su determinación simultánea, median-

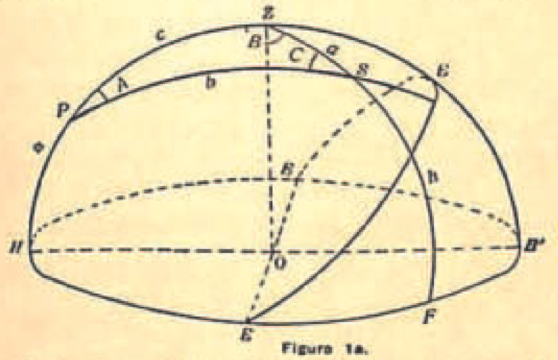


Figura 1a.

te modificaciones, combinaciones y limitaciones de las fórmulas fundamentales de la Trigonometría esférica, que son las siguientes, en síntesis: llamando A B y C los ángulos del triángulo esférico, y a b y c sus lados opuestos:

$$\operatorname{sen} a \operatorname{sen} B = \operatorname{sen} b \operatorname{sen} A \tag{2}$$

$$\cos a = \cos b \cos c + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos A \tag{3}$$

$$\operatorname{sen} a \cos B = \operatorname{sen} c \cos b - \cos c \operatorname{sen} b \cos A \tag{4}$$

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} A = \frac{\operatorname{sen}(s - b) \operatorname{sen}(s - c)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c} \tag{5}$$

en la que $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$.

Si en este triángulo P es el polo, Z el zenit de un lugar cualquiera y S una estrella, siendo OE el ecuador celeste y $HOFR$ el horizonte, tendremos:

$ZE = PH = \phi$ latitud; $SM = \delta$ declinación de la estrella; $SF = h$ altura de la estrella sobre el horizonte; $A = H$ ángulo horario de la estrella; $B = A_z$ azimut desde el punto norte; $C = S$ ángulo paraláctico; entonces

$$a = 90° - h = z \qquad b = 90° - \delta$$

$$\text{y} \quad c = 90° - \phi$$

Y las fórmulas fundamentales, aplicándolas a todos los elementos, se convierten en

$$\operatorname{sen} z \operatorname{sen} A_z = \cos\delta \operatorname{sen} H \tag{6}$$

$$\cos\delta \operatorname{sen} S = \cos\phi \operatorname{sen} A_z \tag{7}$$

$$\cos\phi \operatorname{sen} H = \cos h \operatorname{sen} S \tag{8}$$

$$\operatorname{sen} h = \operatorname{sen}\delta \operatorname{sen}\phi + \cos\delta \cos\phi \cos H \tag{9}$$

$$\operatorname{sen}\delta = \operatorname{sen}\phi \operatorname{sen} h + \cos\phi \cos h \cos A_z \tag{10}$$

$$\operatorname{sen}\phi = \operatorname{sen} h \operatorname{sen}\delta + \cos h \cos\delta \cos S \tag{11}$$

$$\cos h \cos A_z = \operatorname{sen}\delta \cos\phi - \cos\delta \operatorname{sen}\phi \cos H \tag{12}$$

$$\cos\delta \cos S = \operatorname{sen}\phi \cos h - \cos\phi \operatorname{sen} h \cos A_z \tag{13}$$

$$\cos\phi \cos H = \operatorname{sen} h \cos\delta - \cos h \operatorname{sen}\delta \cos S \tag{14}$$

Cuando se hacen observaciones con un anteojo de pasos, orientado por consiguiente a una señal precisa, hay necesidad de tener en cuenta las constantes que se llaman: el azimut del eje óptico del anteojo, a; la colimación del hilo central, c; y la desviación del eje vertical del aparato, b. Si llamamos H el ángulo horario de una estrella S y T el tiempo sideral del tránsito por el hilo medio del anteojo, ΔT el estado del cronómetro y α la ascensión recta de la estrella observada, se tendrá:

$$\alpha = T + \Delta T + H \tag{15}$$

Para determinar a H en función de aquellas constantes, Bessel, Hansen y Mayer, entre otros, han deducido diferentes fórmulas, siendo la del último la más usada, a saber:

$$H = a\frac{\operatorname{sen}(\phi - \delta)}{\cos\delta} + b\frac{\cos(\phi - \delta)}{\cos\delta} + c\frac{1}{\cos\delta} \tag{16}$$

Hay, pues, necesidad de obtener, por observación, los valores de a b y c.

Para obtener la constante de azimut a se observan dos estrellas, una al norte del zenit y la otra al sur y para ambas se establece la fórmula (15) que, combinadas, producen la siguiente, que resuelve el problema (Spherical and Practical Astronomy, by Dascom Greene):

$$a = \frac{[(\alpha' - \alpha) - (T' - T)] \cos\delta \cos\delta'}{\cos\phi \operatorname{sen}(\delta - \delta')} \tag{17}$$

Esta fórmula da el valor de la constante a, en tiempo, y para convertirla en arco, bastará multiplicar por 15; y pasando el factor $\cos\delta \cos\delta'$ a dividir al denominador, practicando desarrollos y reducciones, se obtiene:

$$a = \frac{15\,[(\alpha' - T') - (\alpha - T)]}{\cos\phi\,(\operatorname{tang}\delta + \operatorname{tang}\delta')} \tag{18}$$

* * *

REDUCCION AL MERIDIANO

Explicaremos primero la fórmula conocida para la reducción al meridiano.

Si en la fig. 2ª, S señala el lugar de un cuerpo celeste cuando se ha medido su altura o su distan-

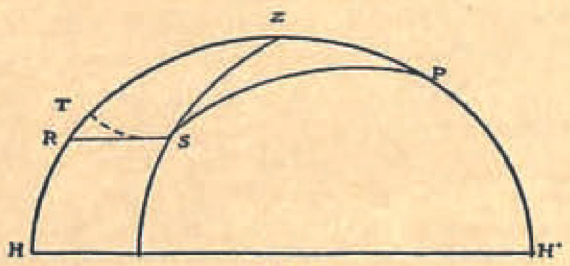


Figura 2a.

cia zenital, y ST es un arco de su círculo diurno y SR es un arco paralelo al horizonte HH', entonces, y como ya lo vimos atrás:

$$ZT = \phi - \delta$$

Sea ahora $z = ZS = ZR =$ distancia zenital observada, y

$$x = ZS - ZT = TR = \text{reducción}$$

al meridiano. Tendremos $z = x + \phi - \delta$

y $\quad \cos z = \cos x \cos(\phi - \delta) - \operatorname{sen} x \operatorname{sen}(\phi - \delta)$

Pero como la observación se hace muy cerca del meridiano, x es muy pequeña y puede ponerse $\cos x = 1$ y $\operatorname{sen} x = x \operatorname{sen} 1''$. También puede reemplazarse a $\cos z$ por $\operatorname{sen} h$ lo que da

$$\operatorname{sen} h = \cos(\phi - \delta) - x \operatorname{sen}(\phi - \delta) \operatorname{sen} 1'' \quad (19)$$

Además, como

$$\cos H = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} H$$

reemplazando este valor en la fórmula fundamental (9), se tendrá:

$$\operatorname{sen} h = \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \phi + \cos \delta \cos \phi - \\ - 2 \cos \delta \cos \phi \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} H$$

O también

$$\operatorname{sen} h = \cos(\phi - \delta) - 2 \cos \delta \cos \phi \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} H \quad (20)$$

Igualando los segundos miembros de (19) y (20), se halla:

$$x \operatorname{sen}(\phi - \delta) \operatorname{sen} 1'' \doteq 2 \cos \delta \cos \phi \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} H$$

De donde

$$x = \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} H}{\operatorname{sen} 1''} \cdot \frac{\cos \delta \cos \phi}{\operatorname{sen}(\phi - \delta)} \quad (21)$$

O también $$x = k \cdot \frac{\cos \delta \cos \phi}{\operatorname{sen}(\phi - \delta)}$$

en que x está expresada en segundos de arco. Este es el valor que hay que aplicar a las alturas o distancias zenitales observadas. El valor de

$$k = \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} H}{\operatorname{sen} 1''}$$

es el que se computa en tablas y es la fórmula bien trajinada de la reducción al meridiano. Estas tablas calculadas por Delambre, hasta unos treinta minutos, de segundo en segundo, han sido ampliadas después por Duarte hasta dos horas.

Ahora, para una estrella cualquiera y en términos generales, $\phi = \delta \pm Z$ siendo Z la distancia zenital meridiana, pero si fuere la observada z antes del meridiano: $\phi = z + \delta + x$. Y análogamente lo mismo para otra estrella que culmine al otro lado del zenit, cambiando signos. Combinando las dos y sabiendo que ϕ es la misma, se tendrá

$$\phi = \tfrac{1}{2} [(\delta - \delta') + (z' - z) + (x - x')] \quad (22)$$

Las z son las leídas, que deberán corregirse de nivel y refracción y los valores de x y de x' podrán encontrarse por la fórmula de reducción al meridiano.

Varios autores desarrollan fórmulas para obtener este valor de la reducción al meridiano, así:

La fórmula fundamental (9) da, llamando Z la distancia zenital meridiana y z la observada:

$$\cos Z = \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \delta + \cos \phi \cos \delta \quad (23)$$

$$\cos z = \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H \quad (24)$$

Restando y teniendo en cuenta que $Z = \phi - \delta$ resulta:

$$\cos Z - \cos z = \cos \delta \cos \phi (1 - \cos H)$$

Pero como

$$\cos a - \cos b = 2 \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} (a + b) \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} (b - a)$$

y $$\cos a = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} a$$

se tendrá

$$2 \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} (z + Z) \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} (z - Z) = \\ = \cos \delta \cos \phi \, 2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} H$$

Pero sabiendo que $x = z - Z$

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x = \frac{\cos \delta \cos \phi}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} (z + Z)} \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} H$$

Y como

$$\tfrac{1}{2} (z + Z) = \tfrac{1}{2} (2 Z + x) = \\ = Z + \tfrac{1}{2} x = \phi - \delta + \tfrac{1}{2} x$$

resulta:

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x = \frac{\cos \delta \cos \phi}{\operatorname{sen} (\phi - \delta + \frac{1}{2} x)} \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} H \quad (25)$$

Quitando el denominador y sustituyendo

$$\operatorname{sen} (\phi - \delta + \tfrac{1}{2} x)$$

por su valor en función de $(\phi - \delta)$ y $\frac{1}{2} x$

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x \, [\operatorname{sen} (\phi - \delta) \cos \tfrac{1}{2} x + \\ + \cos (\phi - \delta \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x] = \cos \phi \cos \delta \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} H$$

O también

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x \, (\operatorname{sen} \phi \cos \delta \cos \tfrac{1}{2} x - \\ - \cos \phi \operatorname{sen} \delta \cos \tfrac{1}{2} x + \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x + \\ + \cos \phi \cos \delta \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x) = \cos \phi \cos \delta \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} H$$

Pasando $\cos \phi \cos \delta$ al primer miembro y verificando operaciones

$$\tfrac{1}{2} (\operatorname{tg} \phi - \operatorname{tg} \delta) \operatorname{sen} x + \\ + \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} x \, (1 + \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \delta) = \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} H$$

De donde

$$\operatorname{sen} x = \frac{1}{\operatorname{tg} \phi - \operatorname{tg} \delta} 2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} H - \\ - \operatorname{cotg} (\phi - \delta) \, 2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} x \quad (26)$$

Haciendo $\operatorname{tg} \phi - \operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} a \; \therefore \; \operatorname{cotg} a = A$ y $\operatorname{cotg} (\phi - \delta) = B$ se tendrá

$$\operatorname{sen} x = A \, 2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} H - B \, 2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} x \quad (27)$$

Teniendo en cuenta que x es muy pequeña, se puede cambiar el seno por el arco y se obtiene

$$x'' = A \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} H}{\operatorname{sen} 1''} - B \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} x}{\operatorname{sen} 1''} \quad (28)$$

Este mismo valor de x puede obtenerse en función de otros elementos, así:

La fórmula fundamental (10) da

$$\operatorname{sen} \delta = \cos z \operatorname{sen} \phi + \operatorname{sen} z \cos \phi \cos A_z$$

y como $\cos A_z = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} A_z$ combinando resulta:

$$\operatorname{sen} (z + \phi) - \operatorname{sen} \delta = \operatorname{sen} z \cos \phi \, 2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} A_z$$

Si Z es la distancia zenital meridiana y x la reducción al meridiano, para la estrella que esté hacia el polo elevado

$$\delta = \phi + Z \quad \text{y} \quad z = Z + x$$

y sustituyendo

$$\operatorname{sen} (\delta + x) - \operatorname{sen} \delta = \operatorname{sen} z \cos \phi \, 2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} A_z$$

de donde

$$\operatorname{sen} x_1 = \frac{\operatorname{sen} z}{\cos \delta} \cos \phi \, 2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} A_z + \operatorname{tg} \delta \, . \, 2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} x$$

Y para la otra estrella lo mismo. Y como x_1 y x_2 son muy pequeñas, se sustituyen por el arco y se obtiene

$$x'' = \frac{\operatorname{sen} z \cos \phi}{\cos \delta} \cdot \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} A_z}{\operatorname{sen} 1''} \pm \operatorname{tg} \delta \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} x}{\operatorname{sen} 1''} \quad (29)$$

Se tiene esta fórmula en función de la distancia zenital observada z y es posible transformarla en otra en función también del ángulo horario H, así:

La fórmula fundamental (6) da

$$\cos \delta \operatorname{sen} H = \operatorname{sen} A_z \operatorname{sen} z \qquad \text{ó} \qquad \frac{\operatorname{sen} A_z}{\cos \delta} = \frac{\operatorname{sen} H}{\operatorname{sen} z}$$

y el primer término de (29) se puede transformar

$$\operatorname{sen} z \frac{\cos \phi}{\cos \delta} \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} A_z}{\operatorname{sen} 1''} = \frac{\operatorname{sen} H}{\operatorname{sen} A_z} \cos \phi \, . \, 2 \frac{\operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} A_z}{\operatorname{sen} 1''} = \\ = \operatorname{sen} H \cos \phi \, . \, \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} A_z}{\operatorname{sen} A_z \operatorname{sen} 1''}$$

pero $$\operatorname{sen} A_z = 2 \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} A_z \cos \tfrac{1}{2} A_z$$

Reemplazando y reduciendo, da

$$x'' = \operatorname{sen} H \cos \phi \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} A_z}{\operatorname{sen} 1''} \pm \operatorname{tg} \delta \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} x}{\operatorname{sen} 1''} \quad (30)$$

Es decir, según los elementos, habrá lugar a dos cálculos diferentes.

* * *

Método de Stechert

Según la fórmula fundamental (9), se tiene para una estrella que culmina al norte:

$$\operatorname{sen} h = \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \phi + \cos \delta \cos \phi \cos H$$

y para otra al sur:

$$\operatorname{sen} h' = \operatorname{sen} \delta' \operatorname{sen} \phi + \cos \delta' \cos \phi \cos H'$$

y como para el procedimiento de que nos ocupamos, las alturas y las distancias zenitales son iguales, al igualar estos segundos miembros y reduciendo, se tiene:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\cos \delta' \cos H' - \cos \delta \cos H}{\operatorname{sen} \delta - \operatorname{sen} \delta'} \quad (31)$$

Esta fórmula es también general para la determinación de la latitud por alturas iguales de dos estrellas, en función de los ángulos horarios de las mismas en el momento de observarlas.

Si T y T' son las horas cronométricas observadas en esas condiciones, para cada estrella, tendremos, con el conocimiento del estado ΔT del cronómetro y de las ascensiones rectas de las estrellas, que sus ángulos horarios son:

$$H = T + \Delta T - \alpha \quad \text{y} \quad H' = T' + \Delta T' - \alpha'$$

Para la práctica y sencillez de las observaciones, a la fórmula general (31), que no es cómoda para el cálculo, se le han introducido varias modificaciones. Nos ocupamos en seguida de la desarrollada por Stechert, método que lleva su nombre, aun cuando fue Gauss el primero que lo sugirió.

Sustituyendo en la fórmula (31), los cosenos de H y H' por sus valores en función de los senos cuadrados del arco mitad, se tendrá

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\cos \delta' \left[1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{H}{2}\right] - \cos \delta \left[1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{H}{2}\right]}{\operatorname{sen} \delta - \operatorname{sen} \delta'}$$

O también

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\cos \delta' - \cos \delta}{\operatorname{sen} \delta - \operatorname{sen} \delta'} + \frac{2 \cos \delta \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} H}{\operatorname{sen} \delta - \operatorname{sen} \delta'} - \\ - \frac{2 \cos \delta' \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} H'}{\operatorname{sen} \delta - \operatorname{sen} \delta'}$$

Tomando el primer término del segundo miembro y descomponiendo tanto el numerador como el denominador, por sus valores en función de la semisuma y de la semidiferencia de los arcos, como se hizo para la fórmula (25), se tendrá

$$\frac{\cos \delta' - \cos \delta}{\operatorname{sen} \delta - \operatorname{sen} \delta'} = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} (\delta + \delta') \operatorname{sen} \frac{1}{2} (\delta - \delta')}{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} (\delta - \delta') \cos \frac{1}{2} (\delta + \delta')} = \\ = \frac{\operatorname{sen} \frac{1}{2} (\delta + \delta')}{\cos \frac{1}{2} (\delta + \delta')} = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} (\delta + \delta')$$

El denominador común también se puede transformar así:

$$\operatorname{sen} \delta - \operatorname{sen} \delta' = 2 \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} (\delta - \delta') \cos \tfrac{1}{2} (\delta + \delta') ;$$

haciendo las sustituciones y llamando, para simplificar,

$$\delta_o = \tfrac{1}{2} (\delta + \delta') \quad \text{y} \quad \varepsilon = \tfrac{1}{2} (\delta - \delta'),$$

se tendrá:

$$\operatorname{tg} \phi = \operatorname{tg} \delta_o + \frac{\cos \delta \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} H}{\operatorname{sen} \varepsilon \cos \delta_o} - \frac{\cos \delta' \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} H'}{\operatorname{sen} \varepsilon \cos \delta_o}$$

Sabemos que en las tablas de la reducción al meridiano se encuentran los valores de $\frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} H}{\operatorname{sen} 1''}$ que se llaman m, de manera que

$$\operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} H = m \frac{\operatorname{sen} 1''}{2} = m . C$$

en la que C es una constante cuyo logaritmo es 4.3845449 — 10,0; y por último, haciendo

$$A = \frac{C}{\operatorname{sen} \varepsilon \cos \delta_o} \qquad \text{se obtiene:}$$

$$\operatorname{tg} \phi = \operatorname{tg} \delta_o + m A \cos \delta - m' A \cos \delta' \quad (32)$$

Duarte desarrolla este mismo método, pero en vez de $\operatorname{sen} h$, lo reemplaza por $\cos z$ valores iguales y mediante ángulos auxiliares, obtiene las fórmulas copiadas atrás, a saber:

$$\left.\begin{array}{c} H = T + \Delta T - \alpha \quad ; \quad H' = T' + \Delta T' - \alpha' \\ \delta = \frac{1}{2} (\delta_n + \delta_s) \quad ; \quad \varepsilon = \frac{1}{2} (\delta_n - \delta_s) \\ \operatorname{sen} \xi_o = \frac{1}{2} \frac{\cos \phi}{\operatorname{sen} \varepsilon} \quad (m_n \cos \delta_n - m_s \cos \delta_s) \\ \phi_o = \delta + \xi_o \quad ; \quad \Delta_v \phi = \frac{1}{2} (n_s - n_n) \\ \phi = \phi_o + \Delta_v \phi \end{array}\right\} (33)$$

* * *

PREPARACION DE LOS PARES

En seguida se describe la manera de obtener, en general, los pares de estrellas que satisfagan las condiciones de los varios métodos anteriores, para lo cual nos valemos de un ejemplo.

Conociendo la zona en donde se va a trabajar, es posible obtener de antemano, en cualquier mapa, la latitud y la longitud aproximadas correspondientes al lugar y como además es fácil obtener para la latitud un dato más por simples culminaciones de sol o de estrella con una aproximación análoga a la del instrumento, puede usarse de este método para obtener mayor precisión.

En seguida se procede a formar el cuadro de pares, análogo al siguiente, que hemos calculado para Bogotá, el día 30 de abril de 1933.

Como las estrellas se adelantan a diario cerca de cuatro minutos con respecto al tiempo medio, es bueno principiar el cuadro desde las seis de la tarde, hora oficial, y por ejercicio incluiremos en la formación hasta las cinco de la mañana siguiente. Este cuadro así formado servirá además para bastantes días y para lugares de latitudes próximas a la de la estimada.

Se obtiene primero el tiempo sideral correspondiente a las seis horas oficiales del día 30 de abril de 1933 y los datos serán entonces los siguientes:

Bogotá — Observatorio Nacional

Latitud aprox. = 4° 36′ N. Longitud aprox. 4 h. 56 m. W de Greenwich

Abril 30 de 1933

Hora oficial	=	6^h	00^m	00^s0
Diferencia con el meridano de 5^h	=		3^m	40^s5
Tiempo medio	=	6^h	03^m	40^s5
Tiempo sid. de Gr.	=	14^h	29^m	56^s4
Conversión de T_m en T_s	=		00^m	59^s7
Corrección por longitud	=		00^m	48^s7
Hora sideral	=	20^h	35^m	25^s3

o sean 20^h 35^m siderales en números redondos, pues todos los valores se estimarán al minuto solamente, lo que es suficiente para la preparación.

Como la distancia zenital de las estrellas no conviene que sea mayor de 45°, tenemos que para las estrellas sures, su declinación no deberá exceder de: 45° — latitud = 45° — (4° 36′) o sea de 40° 24′; y su ascensión recta, o sea la hora sideral de su paso por el meridiano, debe estar comprendida entre las 20^h 36^m según el cálculo anterior, y unas once horas más, para llegar próximamente hasta las cinco de la mañana, o sean las 7^h 30^m siderales, más o menos.

En las efemérides que se tengan están catalogadas las estrellas con sus coordenadas ecuatoriales, o sea su ascensión recta y su declinación, en las 24 horas siderales de su revolución diurna, y de acuerdo con los límites deducidos, se inscriben en el cuadro en donde se anota además su "magnitud", la cual puede ser hasta de cuarta magnitud para instrumentos portátiles; de esta manera se obtiene la lista que corresponde a las cuatro primeras columnas del cuadro que figura en la página siguiente.

La quinta columna se obtiene de la cuarta, agregando a cada declinación el número constante igual al doble de la latitud aproximada del sitio de observación, lo cual da la declinación de la estrella norte que forma par con la correspondiente a cada una de las sures.

Basta para convencerse, construír la figura siguiente:

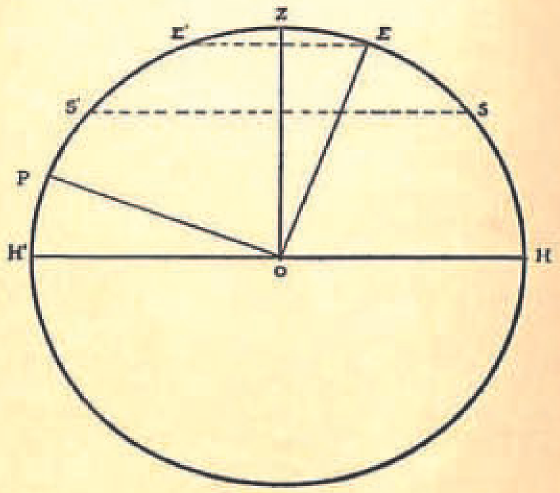


Figura 3a.

Z es el zenit.
P es el polo norte.
E es el ecuador, y
S es la posición de una estrella sur.

Por consiguiente: Latitud = $\phi = PH' = ZE$

Declinación de la estrella sur = $\delta_s = ES$

Trazando SS' y EE' paralelas al horizonte HH', S' será la estrella al norte del zenit, que tiene la misma distancia zenital ZS que la estrella sur S y su declinación será:

$$\delta_n = EZS' = EZ + ZE' + E'S' =$$
$$= \phi + \phi + \delta_s = \delta_s + 2\,\phi$$

En el resto del cuadro figura la anotación de los datos correspondientes, obtenidos de las efemérides, de las estrellas que pueden formar par con cada una de las sures, advirtiendo que para que éste sea conveniente puede tener una diferencia hasta de 30 minutos de más o de menos en comparación con los valores colocados en la columna titulada con "+ 2 ϕ", fijándose además en que la ascensión recta no se diferencie mucho de la correspondiente de la estrella sur, porque esto dificulta bastante la observación, sobre todo por asunto del nivel.

También debe procurarse, aunque esto no es indispensable, que la estrella norte sea de la misma magnitud —o por lo menos no muy diferente— que la estrella sur.

El examen del cuadro así formado y contemplado ahora principalmente para estudio, permite hacer las siguientes observaciones:

En primer lugar se ve que de las 33 estrellas sures que figuran en lista, solamente a 13 se les encuentra la correspondiente norte que forme el par.

Contemplando las ascensiones rectas, se nota en varios de los pares formados que la duración de la observación sería en extremo larga, hasta de varias horas, y ya sabemos que es difícil que el nivel se conserve constante, agregando a esto la incomodidad

	Mag.	NOMBRE	Æ	δs	+ 2 φ	Mag.	NOMBRE	Æ	δn	
			h m	° ′	° ′			h m	° ′	
1	3.9	ζ Capricorni	21-23	22-42	31-54					
2	3.1	β Aquarii	21-28	5-52	15-04	2.6	α Pegasi	23-01	14-51	A
3						3.7	η Piscium	1-28	15-00	A
4	3.8	γ Capricorni	21-36	16-58	26-10					
5	3.0	δ "	21-43	16-26	25-38					
6	3.2	γ Gruis	21-50	37-41	46-53					
7	3.2	α Aquarii	22-02	0-39	9-51					
8	4.0	γ "	22-18	1-44	10-56	3.6	ζ Pegasi	22-38	10-29	B
9	3.8	λ "	22-49	7-56	17-08					
10	3.5	δ "	22-51	16-11	25-23					
11	1.3	α Piscis	22-54	29-59	39-11					
12	3.8	c₂ Aquarii	23-06	21-32	30-44					
13	2.2	β Ceti	0-40	18-21	27-33	2.6	β Pegasi	23-01	27-43	B
14	3.6	η "	1-05	10-32	19-44					
15	3.8	θ "	1-21	8-32	17-44					
16	4.0	*12* Eridani	3-09	29-15	38-27					
17	3.8	ε "	3-30	9-41	18-53					
18	3.7	δ "	3-40	9-59	19-11	3.6	ε Tauri	4-24	19-02	B
19	3.2	γ "	3-55	13-42	22-54	2.2	α Arietis	2-03	23-09	A
20						3.2	μ Geminorum	6-19	22-33	A
21	4.0	ν₅ "	4-22	34-10	43-22					
22	4.0	*53* "	4-35	14-26	23-38	2.2	α Arietis	2-03	23-09	A
23						3.0	β Tauri	3-44	23-54	B
24	3.3	ε Leporis	5-03	22-28	31-40	2.9	ζ Persei	3-50	31-41	B
25	0.3	β Orionis	5-11	8-17	17-29	3.9	δ Tauri	4-19	17-23	B
26	2.5	δ "	5-29	0-21	9-33	2.5	ε Pegasi	21-41	9-34	A
27						4.4	μ Ceti	2-41	9-50	A
28	2.7	α Leporis	5-30	17-52	27-04					
29	1.8	ε Orionis	5-33	1-15	10-27					
30	2.8	α Columbæ	5-37	34-07	43-19					
31	2.1	ζ₁ Orionis	5-37	1-59	11-11					
32	2.0	β Canis Mayoris	6-20	17-55	27-17	3.7	*41* Arietis	2-46	26-59	A
33						4.0	ν Geminorum	7-32	27-03	B
34	1.6	α " "	6-42	16-37	25-49					
35	1.6	ε " "	6-56	28-53	38-05	2.7	φ Aurigæ	5-55	37-13	A
36	2.0	δ " "	7-06	26-17	35-29	2.4	β Andromedæ	1-06	35-16	A
37	4.0	22 Monocerotis	7-08	0-23	9-35	3.8	ξ Tauri	3-24	9-30	A
38						4.2	μ Orionis	5-59	9-39	B
39	2.7	π Puppis	7-15	36-59	46-11					

del observador y la posibilidad de que el cielo se nuble. Por esta razón no son aconsejables los pares (26), cuya observación demanda cerca de 8 horas, (2) más de 4 horas, y (36) más de 6 horas.

El par (35) da 52 minutos de diferencia de distancias cenitales y puede emplearse con la fórmula (25).

Los pares (22), (25), (27), (32) y (33) tienen el inconveniente de que las magnitudes de las dos estrellas son muy diferentes, pero habría que tenerlos en cuenta.

De la inspección del cuadro se desprende también que hay ocasiones en que para una estrella sur se encuentran dos estrellas nortes convenientes, o al contrario, lo que significa dos pares con tres estrellas solamente, los cuales pueden observarse a la vez, pero hay que tener mucha presteza y cuidado en el manejo del aparato porque con frecuencia se cruzan las horas de paso por los hilos, lo que de antemano puede saberse por los cálculos previos de cada par. Esta clase de pares tienen la ventaja de obtener un mejor dato para la latitud con error medio probable inferior, pero no es aconsejable practicarlo así para los que no tengan gran expedición para la observación.

Lo mismo puede suceder para los pares de estrellas cuyas ascensiones rectas difieren muy poco.

Del anterior análisis del cuadro se deduce que los pares señalados con la letra A. son buenos y reúnen los requisitos anotados, pero son preferibles los señalados con la letra B., porque la duración de la observación es más conveniente.

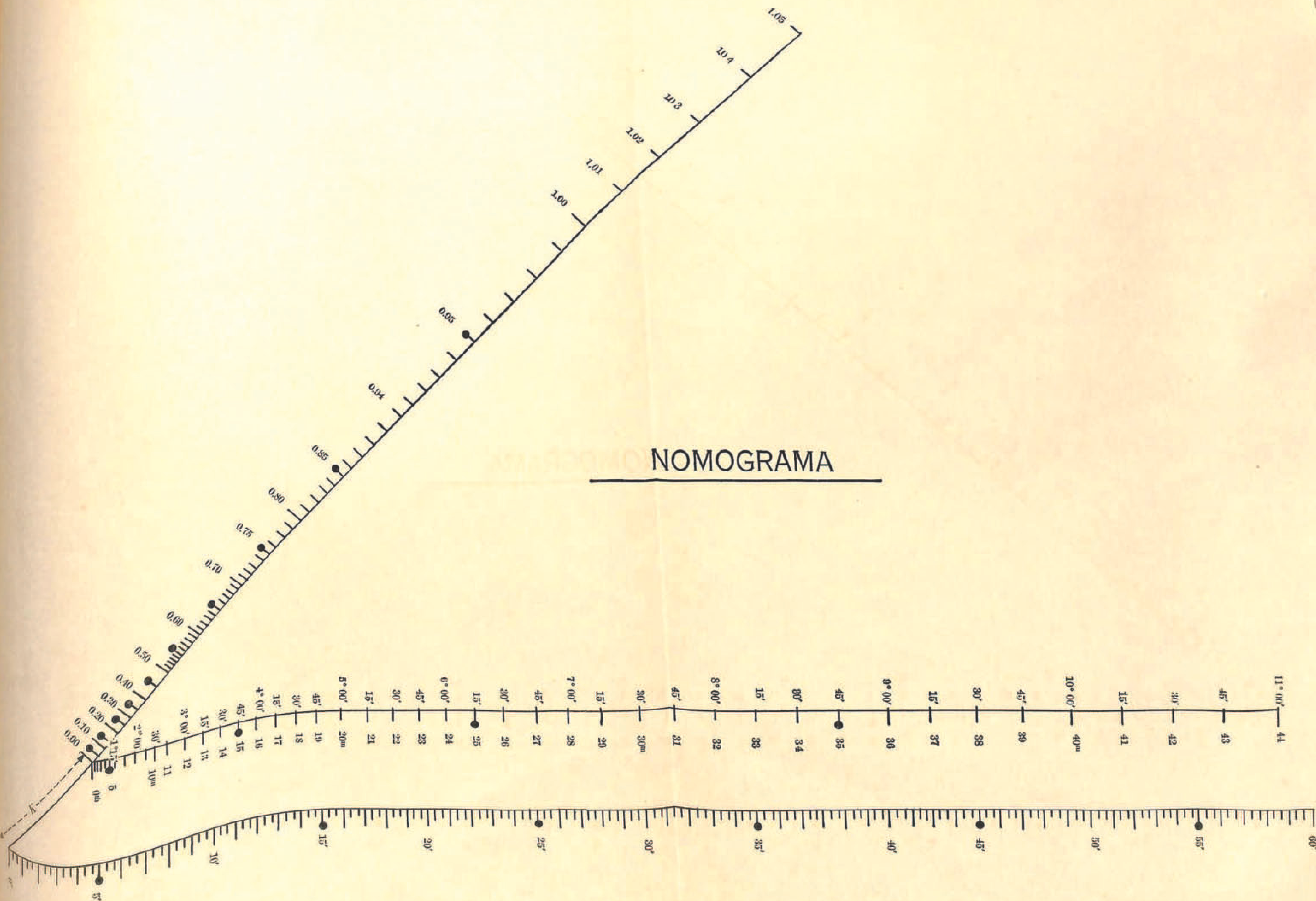
Los últimos pares del cuadro, por cuestión de comodidad, tienen el inconveniente de que su observación se haría en las horas de la madrugada.

Elegidos así los pares más convenientes, es necesario entrar a prepararlos, como se hace adelante.

Para el método de Stechert, las estrellas que se escogen, deben ser también simétricas con respecto al primer vertical, y de un mismo lado del meridiano, o sea, ambas al este o ambas al oeste.

En la importante publicación de Caracas, la *Revista del Colegio de Ingenieros de Venezuela*, números 101 y 102 de 1934, el ingeniero señor Eduardo Röhl reproduce, con explicaciones, unas tablas publicadas por el Almirantazgo Imperial alemán en 1906, con pares calculados para este método, de manera que solamente hay unos diez minutos entre las estrellas, disminuyendo así el error proveniente de

NOMOGRAMA



mograma; para el eje a en vez de H se hace variar a A_2 que como ya está graduado para H en minutos de tiempo, basta recordar que $4^m = 1^\circ$ y se colocarán estas equivalencias al otro lado, como se ve en el nomograma y en el eje b, que queda igual al de la figura, en vez de tomar a $tg\,\delta + tg\,\phi$ que es el argumento para la hora sideral, se toma a $tg\,(\delta + \phi) + tg\,\phi$ para obtener el azimut en el eje a en arco.

Así está construído el adjunto nomograma, que da una aproximación de un minuto de tiempo y de arco, lo que es suficiente.

Al final se insertan las Tablas de Delambre, hasta 32 minutos, de segundo en segundo, o sean los valores de $\frac{2\,sen^2\,\frac{1}{2}\,H}{sen\,1''}$, agregando una corta tabla para obtener el segundo término de la serie, o sean los valores que en las fórmulas sen llaman m y n, respectivamente, y que permitirá desarrollar las fórmulas de su modificación.

(Continuará)

NOTA DE LA DIRECCION.—En el próximo número de esta Revista se continuará la publicación de este trabajo, que su autor editó en un folleto, en el año de 1931, y que ahora aparece aquí considerablemente corregido y aumentado. Como introducción a él la Dirección del Observatorio Astronómico Nacional escribió lo siguiente:

"Con el progreso admirable de los últimos años en materia de telegrafía inalámbrica, la fijación astronómica de lugares sobre la superficie terrestre ha llegado perfectamente al alcance del ingeniero topógrafo, el cual puede hoy con un instrumental apropiado, aunque modesto, alcanzar lo que en épocas anteriores se consideraba como reservado a cuerpos técnicos especiales denominados **oficinas de longitudes**".

"La determinación de la longitud de un lugar era el problema magno hace dos o tres lustros, y por eso los cuerpos científicos encargados de la determinación de coordenadas astronómicas recibían muy apropiadamente ese nombre, que entre nosotros ha sido magníficamente ilustrado por el grupo de ingenieros y astrónomos cuyo presente trabajo nos atrevemos a juzgar en estas líneas".

"Habiéndose, pues, cambiado totalmente las condiciones de quienes se encargaban de la fijación astronómica de los lugares, por obra y gracia de los avances fantásticos de la radiotelegrafía, la Oficina de Longitudes, con muy buen acuerdo, quiere ahora que el fruto de su experiencia y de su técnica vaya a beneficiar al cuerpo de ingenieros topógrafos del país, y para ello presenta el trabajo que publicamos a continuación y que puede considerarse como la última palabra en estos asuntos".

"Este trabajo se debe principalmente a la capacidad técnica del ingeniero jefe de ese Instituto, señor doctor Julio Garzón Nieto, quien después de una no interrumpida labor de treinta años ha logrado acumular una enorme experiencia en el campo de la Astronomía práctica y se ha asimilado perfectamente los problemas fundamentales que se presentan en la determinación de coordenadas astronómicas, para exponerlos de la manera más clara y sencilla, poniéndolos así al alcance de cualquier profesional medianamente equipado en la Trigonometría esférica y en el Algebra superior".

"Con este propósito el doctor Garzón Nieto se ha tomado el trabajo de deducir las diversas fórmulas de las fórmulas fundamentales, sin omitir detalles en el desarrollo, cosa que para los iniciados puede parecer inútil, pero que es importantísimo para el común de los ingenieros, quienes por la índole de sus estudios no están acostumbrados a trajinar con cuestiones cosmográficas y de Astronomía de posición".

"Tal hace especialmente el doctor Garzón Nieto al tratar de la determinación de la latitud de un lugar por el método de **alturas iguales de dos estrellas**, método que ha sufrido varias e importantes modificaciones introducidas por diversos autores que han buscado su adaptabilidad a los instrumentos portátiles que puede usar el topógrafo, con la mira de hacer el trabajo de éstos cada vez más fácil y sin menoscabo de la exactitud".

"Para los Observatorios estos diversos métodos derivados de la fórmula fundamental, no tienen realmente mayor aplicación, pues con el uso de instrumental apropiado fijo y de alta precisión, el método de Talcott es de aplicación diaria al buscar una combinación acertada entre el círculo meridiano y el micrómetro en la determinación de declinaciones de estrellas; mas para el ingeniero topógrafo es de capital importancia el poder determinar la latitud de un lugar con la deseada exactitud, mediante el empleo de un simple teodolito portátil. Así, pues, un método como el de **alturas iguales**, tiene que haber atraído la atención de geógrafos, ingenieros y astrónomos en países de incipiente cultura y extensos territorios poco conocidos, en donde la labor de redes geodésicas completas es extremadamente difícil y costosa".

"Por esta razón muchos ingenieros y astrónomos de la América Hispana han dado importancia especial al método de pares de estrellas que culminen a distancias zenitales muy próximas, introduciendo el factor tiempo, que puede determinarse con gran precisión mediante el uso de un buen cronómetro, cuyo estado es fácil ahora hallar, cuando se requiera, por recepción de señales horarias inalámbricas".

"Entre estos ingenieros y astrónomos hispanoamericanos es preciso tener en cuenta al importante hombre de ciencia mejicano don Francisco Díaz Covarrubias, quien fue el primero que se ocupó de la materia, aplicando la fórmula fundamental de la reducción al meridiano. Posteriormente, entre nosotros, el sabio astrónomo doctor Julio Garavito A., en su folleto titulado **"La latitud del Observatorio de Bogotá"**, introdujo mejoras sustanciales al procedimiento, mejoras que el notable ingeniero venezolano señor Francisco J. Duarte, tuvo en cuenta cuando escribió el libro que tituló **"Determinación de las posiciones geográficas por los métodos de alturas iguales"** y que contiene una admirable exposición referente al prospecto de pares y planes para las observaciones; observaciones que han encontrado en los últimos tiempos un instrumento muy apropiado y portátil: el astrolabio de prisma".

A los conceptos anteriores no tenemos que agregar hoy sino que en su trabajo el doctor Garzón Nieto ha introducido todo lo referente a la determinación de la hora por el método de Zinger, para que quede él completo en lo que se refiere a los métodos de alturas iguales, únicos que se deben emplear actualmente en la determinación de coordenadas de posición.

Además, agregamos que como en el proceso de la enseñanza objetiva los ejemplos numéricos entran por mucho, en la parte del estudio del doctor Garzón Nieto que se publicará en el número próximo, irán ellos en abundancia, para que así se tome esa exposición en algo práctico y extraordinariamente útil.