LA TENSION ARTERIAL

ANTONIO MARIA BARRIGA VILLALBA

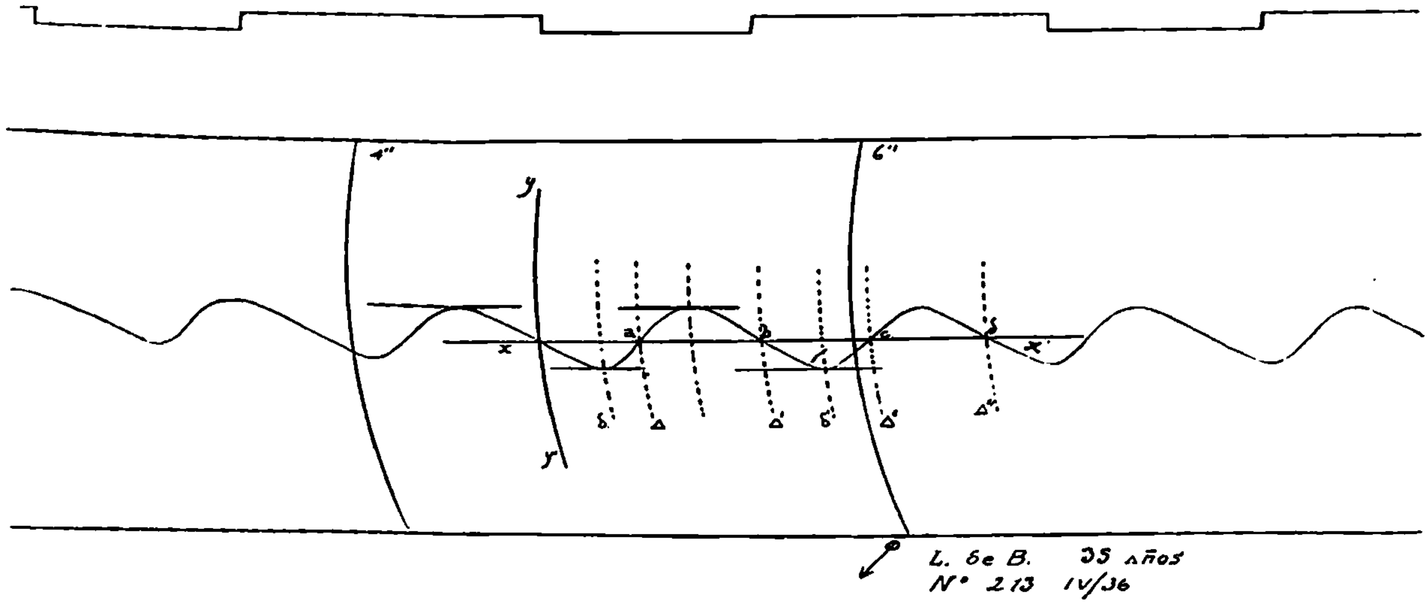
Jefe de la Sección de Química del Laboratorio
Nacional de Higiene de Samper & Martínez

El establecimiento de los principios de la tensión arterial está basado en el estudio del movimiento propio de la arteria, que aun cuando es el fenómeno de un cuerpo vivo, no por esto está fuera de las leyes de la mecánica, a que obedecen todos los seres del universo.

El movimiento arterial puede estudiarse experimentalmente por los métodos aplicables a los movimientos vibratorios, procedimientos estroboscópicos o inscripción gráfica, fotografía instantánea, etc. Como el movimiento de la arteria se hace normalmente al eje de la misma, es fácil estudiar este desplazamiento en función del tiempo. En este caso podemos valernos del trazo que deja el estilete de la cápsula de Marey, o el manómetro de mercurio, en conexión con un mango de aire que aprisiona el vaso, exactamente al dispositivo que se usa en clínica para la medida de la tensión aterial. El movimiento del estilete, deja el trazo sobre un cilindro ennegrecido, animado de un movimiento uniforme. La vibración de la arteria queda representada por una curva, más o menos modificada por el instrumento.

El pulso, el movimiento del corazón y la forma como circula la sangre en las arterias, indican que éstas realizan un movimiento vibratorio. Si analizamos el trazado del pulso de la gráfica número 213, obtenida con el dispositivo que más adelante indicaremos, podemos observar que tiene centros de simetría, a. b. c. y ejes de simetría δ δ' Δ Δ'. La vibración forma arcadas iguales, y la una, puede superponerse a la siguiente. Todos los centros tienen por ordenada y_0 y abscisas $t+{}^1/_2T$, $t+T$ etc.

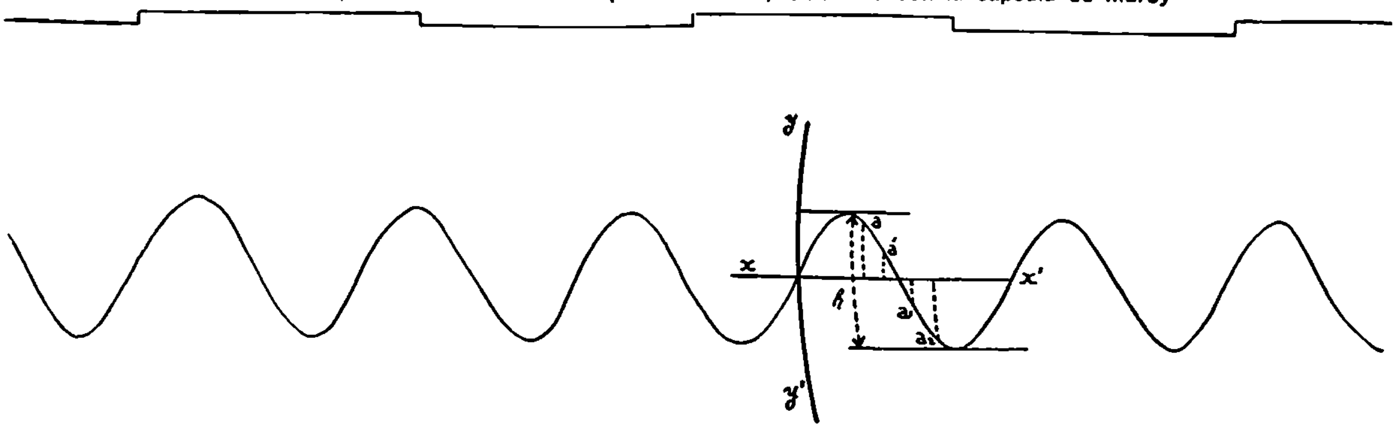
Consideremos la gráfica número 221, que corresponde a una arteria en actividad; la pared arterial en movimiento será de la forma de la curva, más o menos alargada en el eje de las x, y cada uno de los puntos a a' a_1 a_2 ejecutarán oscilaciones propias, con relación al eje x x' pero no experimentarán ningún desplazamiento en el sentido longitudinal del vaso; vibrarán sucesivamente, la porción de la arteria tomará una forma propia, y el paso de la onda lo registrarán cada uno de estos puntos, como un movimiento oscilatorio al rededor de la línea media de la vibración, como lo indica la gráfica, cuya amplitud de movimiento es ${}^1/_2h$. El vaso en actividad experimenta cambios de presión sucesivos y correlativos con los cambios de volumen.



Gráfica del pulso obtenida con el aparato del esquema A o con la cápsula de Marey

El instrumento modifica la curva considerablemente; así por ejemplo, las figuras números 2 y

Gráfica del pulso obtenida con el aparato del esquema A o con la cápsula de Marey



Nº 227 P.G.R. IV/36

3 son formas que se obtienen generalmente; la primera, la traza la cápsula de Marey, la segunda, se obtiene con el manómetro de mercurio inscriptor. En todo caso, uno y otro instrumento registran curvas que se pueden calcular.

Aparatos para inscribir las oscilaciones arteriales.

El esquema A. consta: 1º Brazalete; 2º Capacidad de mercurio; 3º Manómetro de mercurio; 4º Cilindro registrador.

El esquema B. es igual al esquema A., pero el manómetro de mercurio se ha reemplazado por la cápsula.

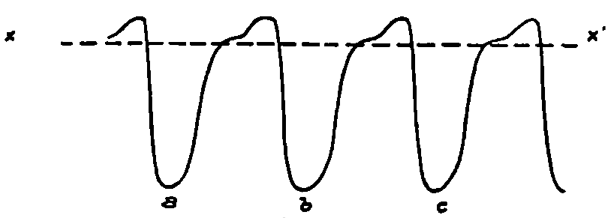


FIGURA 2

Esquema C.: este aparato que es el que más conviene para el registro, está basado en el principio de Pascal y es el manómetro de Kretz, modificado en el sentido de que las dos ramas se reducen a un vaso común, dentro del cual hay un

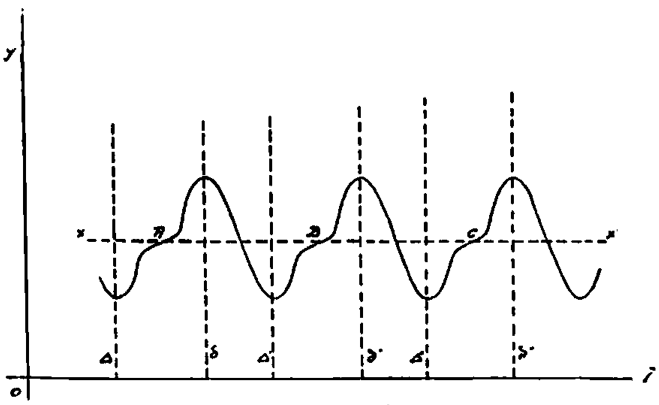
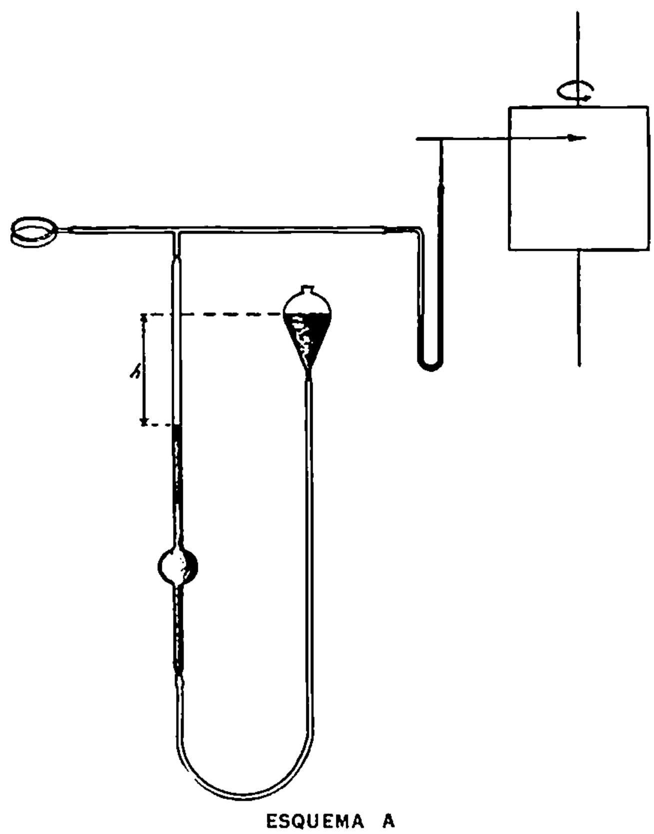


FIGURA 3

tubo comunicante que lleva el flotador inscriptor. 1º representa una bomba o depósito de aire comprimido; 2º brazalete; 3º manómetro de Kretz; 4º cilindro registrador.

Las curvas de las figuras 2 y 3 y la de la gráfica 205, son las que se obtienen respectivamente con cada uno de estos instrumentos.

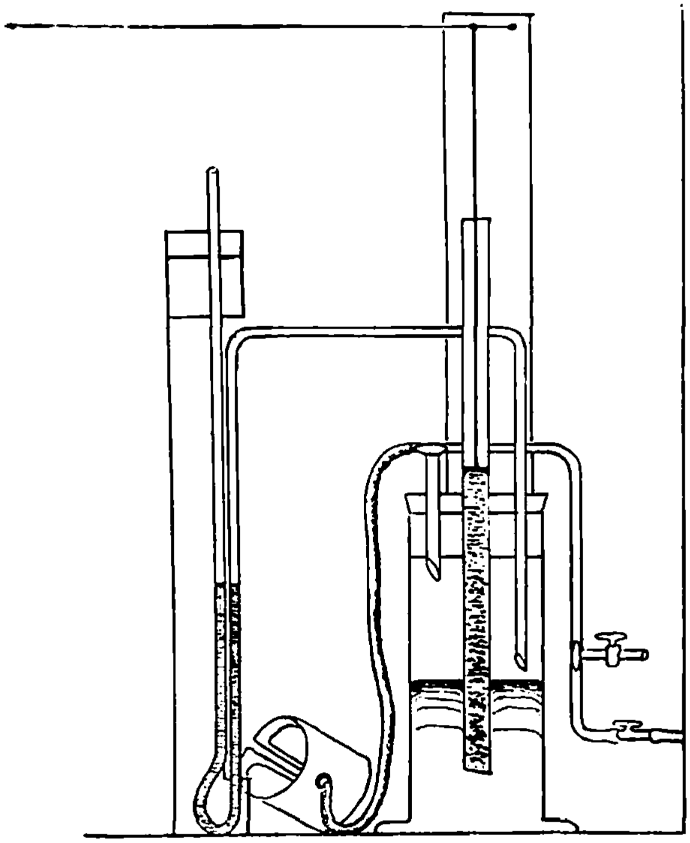
La inflexión que presentan las dos primeras en el eje *xx'* se debe a la modificación que introduce la oscilación propia del instrumento inscriptor. En la primera, debido a la gran ligereza de la membrana de la cápsula, la modificación no es tan profunda como la de la segunda curva; en ésta, la inercia del manómetro de mercurio es



ESQUEMA A

considerable con relación al sistema total. Estudiaremos sucesivamente cada una de estas dos curvas, para ir fijando algunas ideas sobre estas nociones de hemodinámica. La curva de la figura 205 no presenta inflexión especial, debido a que la inercia se ha reducido a un mínimum.

La forma 6, tomada de una de las gráficas, es la que generalmente se obtiene en los trazados del pulso. Presenta una ondulación característica que los fisiólogos llaman dicrotismo. El trazo en puntos indica la forma que tendría la curva sin la modificación que introduce la vibración pro-



ESQUEMA C

pia de la cápsula, en un tiempo muy pequeño, según se indica en el dibujo.

En la gráfica número 225 se ven dos curvas que fueron tomadas simultáneamente a dos individuos. La composición de las dos Q. y S. nos da la resultante D. Un ejemplo nos servirá para aclarar este punto. La ordenada en D. del movimiento resultante es $BD = AB + AC$ y de la misma manera se pueden obtener todos los demás puntos de la curva. Así, pues, en cualquier instante el desplazamiento es la suma algebráica de las ordenadas de las dos curvas.

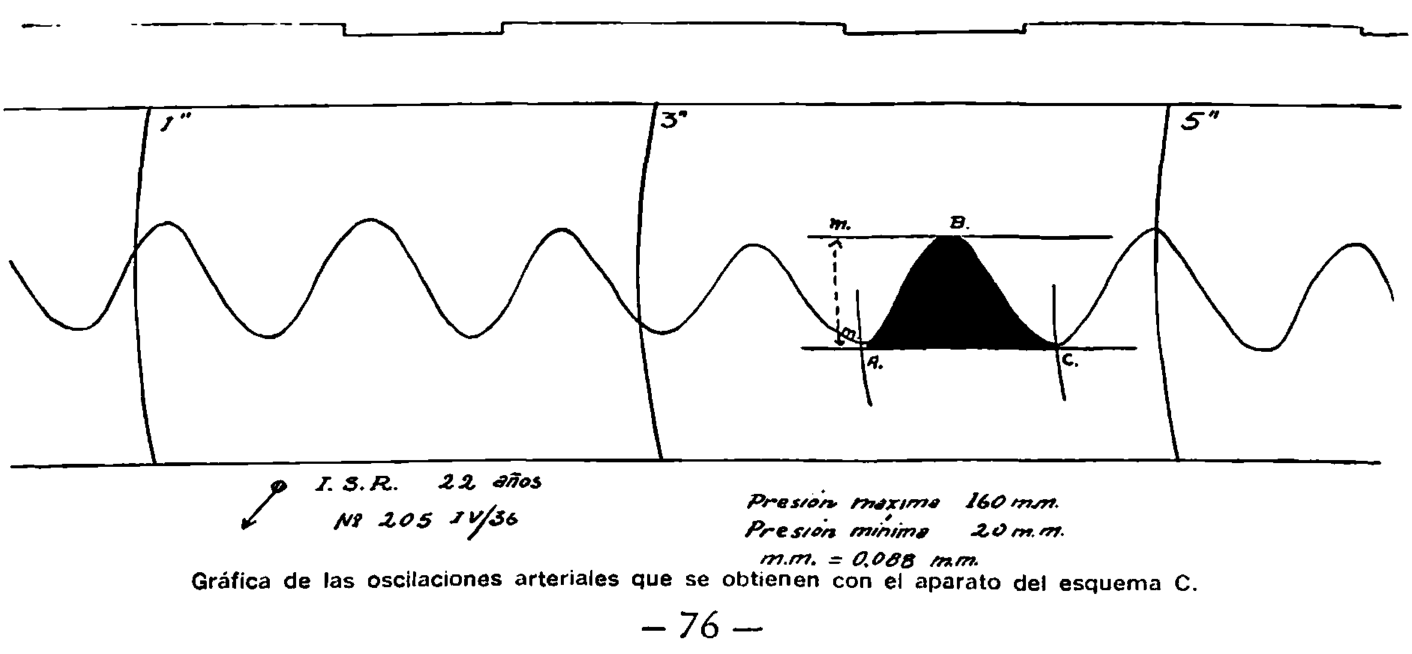
Haciendo lo propio con la curva de la figura 6, a que nos hemos referido, se llega a la conclusión de que la curva simple que se obtiene de la gráfica del pulso, eliminando las vibraciones de la membrana de la cápsula, es una curva periódica sencilla.

Para inscribir la vibración propia de la cápsula y estudiar la modificación que ésta introduce en la curva general que hemos descrito, ligamos la membrana de ésta a un hilo de colodión muy fino, que mantenía distendida la membrana, una cantidad próximamente igual a la amplitud de la vibración de la gráfica. La cápsula se comunicó con una capacidad cerrada, equivalente al volumen de aire de los tubos y del brazalete que se emplean en la medida del trazado del pulso. Por medio de un hilo combustible se hace arder, en un momento dado, el hilo de colodión que mantiene distendida la membrana de la cápsula; ésta oscila inmediatamente, dejando sobre el cilindro el trazo de su vibración. Véase la gráfica número 48.

Sustrayendo convenientemente esta curva de la obtenida en el registro del pulso, se llega a la curva simple sin inflexión, como se indica en la figura 6 que ha sido dibujada en grande escala para facilitar la operación.

La oscilación de la cápsula se amortigua muy rápidamente, como se puede ver en la gráfica 134, en donde aparecen trazados tomados a distintas tensiones; en todos se registra una oscilación amortiguada sencilla, que se verifica en un tiempo muy pequeño, pero suficiente para introducir en la curva una inflexión.

Si se registra la oscilación arterial por medio del manómetro de mercurio, según se indica en el esquema del dispositivo B. se obtiene una curva un poco diferente de la trazada por medio de la



Gráfica de las oscilaciones arteriales que se obtienen con el aparato del esquema C.

cápsula. En efecto, hay una modificación que le da a la curva la forma de la figura 12 (tomada de la gráfica *VG*), según la diferencia de altura de las ramas del manómetro de mercurio y la ra-

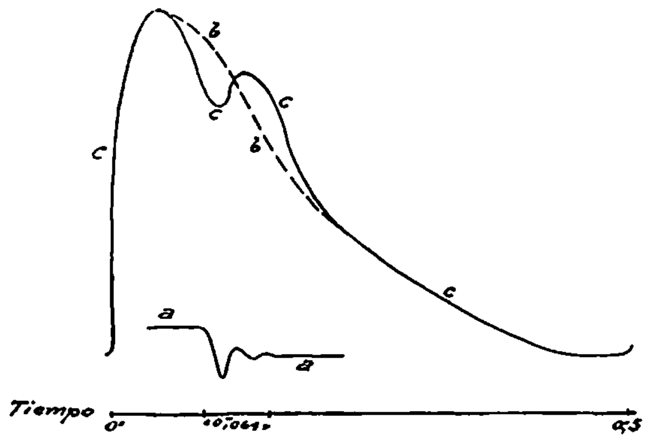


FIGURA 6

a — Oscilación propia de la cápsula.
b — " simple de la pared elástica.
c — " inscrita con la cápsula de Marey, que resulta de a y b.

pidez de la vibración. La columna de mercurio al oscilar, bajo la acción del cambio de presión en una de las ramas, adquiere cierta fuerza viva, que no se amortigua sino al cabo de cierto número de vibraciones y que no puede absorberse en una sola vibración de la arteria, pero en definitiva, el movimiento resultante inscrito, es la combinación de la oscilación del mercurio, con la propia transmitida por la arteria. Generalmente es de la forma de la figura a que nos referimos. Haciendo las mismas consideraciones que para la gráfica obmada a la presión de un milímetro de diferencia de nivel y de dos milímetros, respectivamente. Esta oscilación se denomina en física, función sinusoidal amortiguada y tiene por expresión:

$$y = C_e^{-bt}\, sen\left[\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right]$$

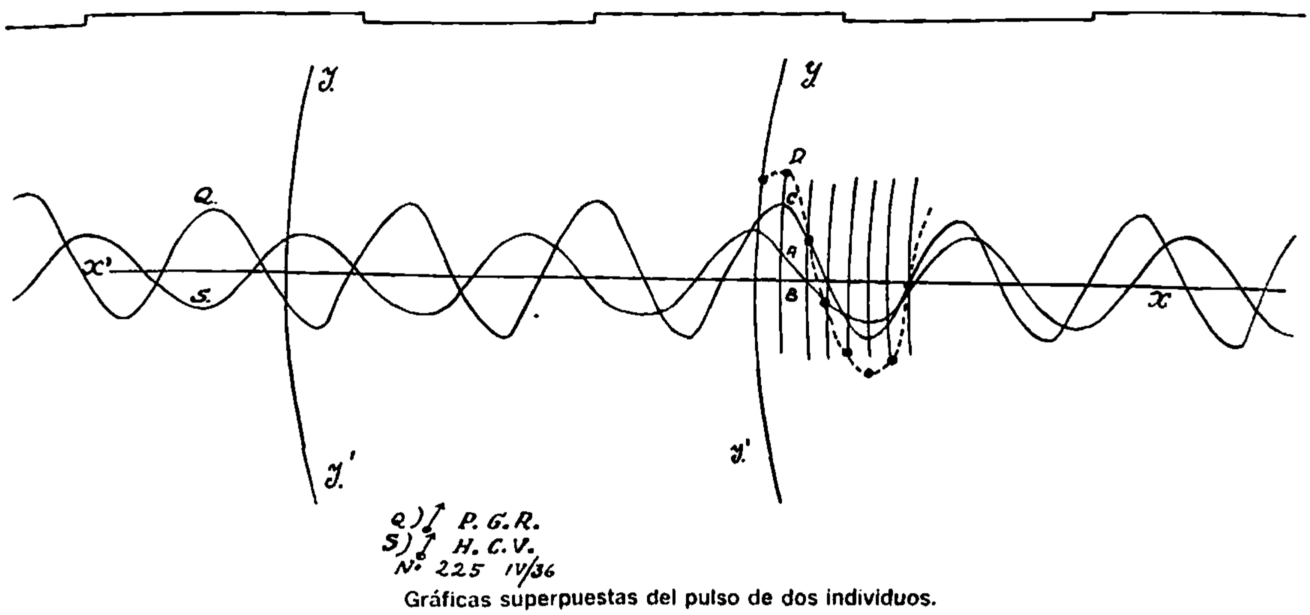
$e = 2.71828182....$base de los logaritmos neperianos.

La oscilación del mercurio se amortigua mucho más lentamente que la de la cápsula, por este motivo siendo ésta en la gráfica que estudiamos, sensiblemente igual a 2/3 del período de la vibración arterial, al substraerla de la vibración resultante que inscribe el manómetro, nos resulta una sinusoide que representa la vibración de la arteria sola.

La figura 12 muestra la curva A. en línea continua, tal como se obtiene con el manómetro al inscribir la vibración arterial; la línea punteada C. es la que corresponde a la oscilación del mercurio; la línea en trazos B. es la sinusoide que se obtiene substrayendo de la curva A. la curva C. Esto nos muestra de manera muy clara cómo la del pulso es curva sencilla.

Este fenómeno es el mismo que se observa en la inscripción de las curvas de un sonido fundamental y de su octava. Separadamente ambos emiten sonidos inscribibles en forma de sinusoides, pero al combinarse, inscriben una curva periódica de festones no regulares.

Por todas las consideraciones que anteceden, podemos considerar que las curvas inscritas con el manómetro y con la cápsula son periódicas, y re-

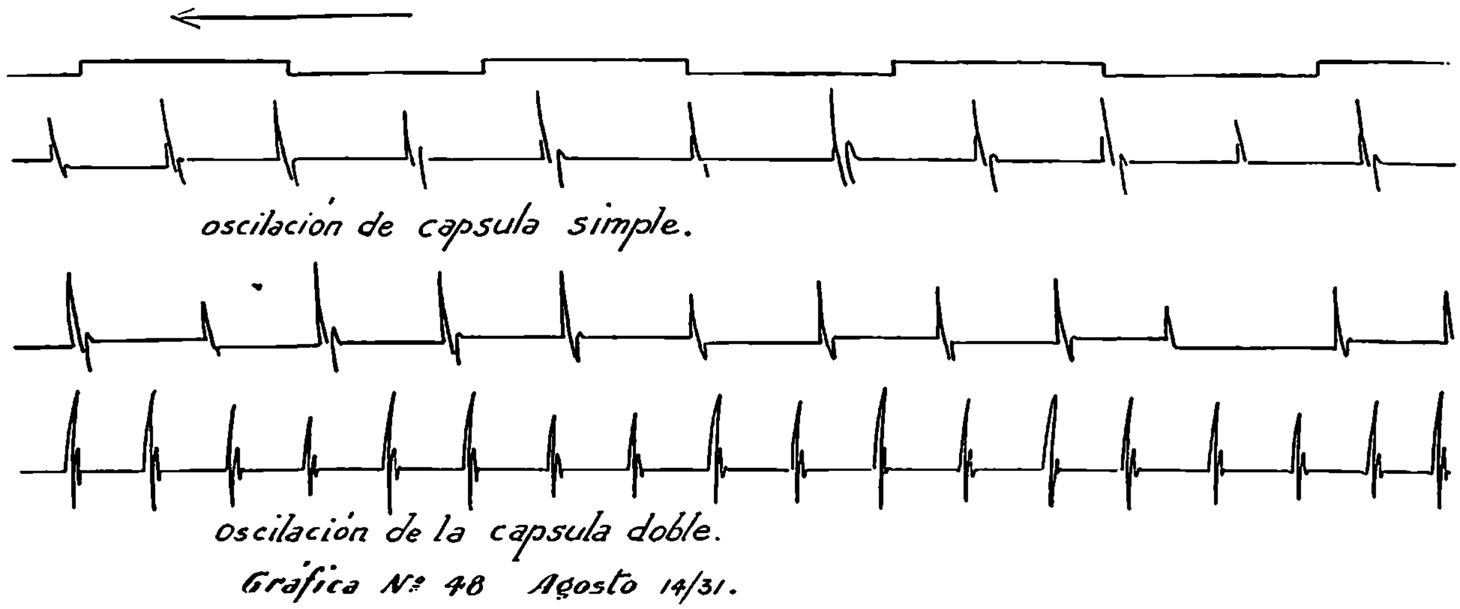


Gráficas superpuestas del pulso de dos individuos.

tenida con la cápsula de Marey, podemos reducir esta curva a una sinusoide.

Si hacemos oscilar la columna de mercurio del manómetro una cantidad equivalente al impulso original de la vibración arterial (próximamente unos 2 milímetros), y escribimos la curva resultante, se obtiene una oscilación amortiguada de la forma que se indica en la gráfica número 13, topresentan un movimiento vibratorio que puede expresarse matemáticamente, porque toda función periódica es la suma de una función sinusoidal, llamada fundamental, y de una serie de funciones sinusoidales de período T/2, T/4, etc.

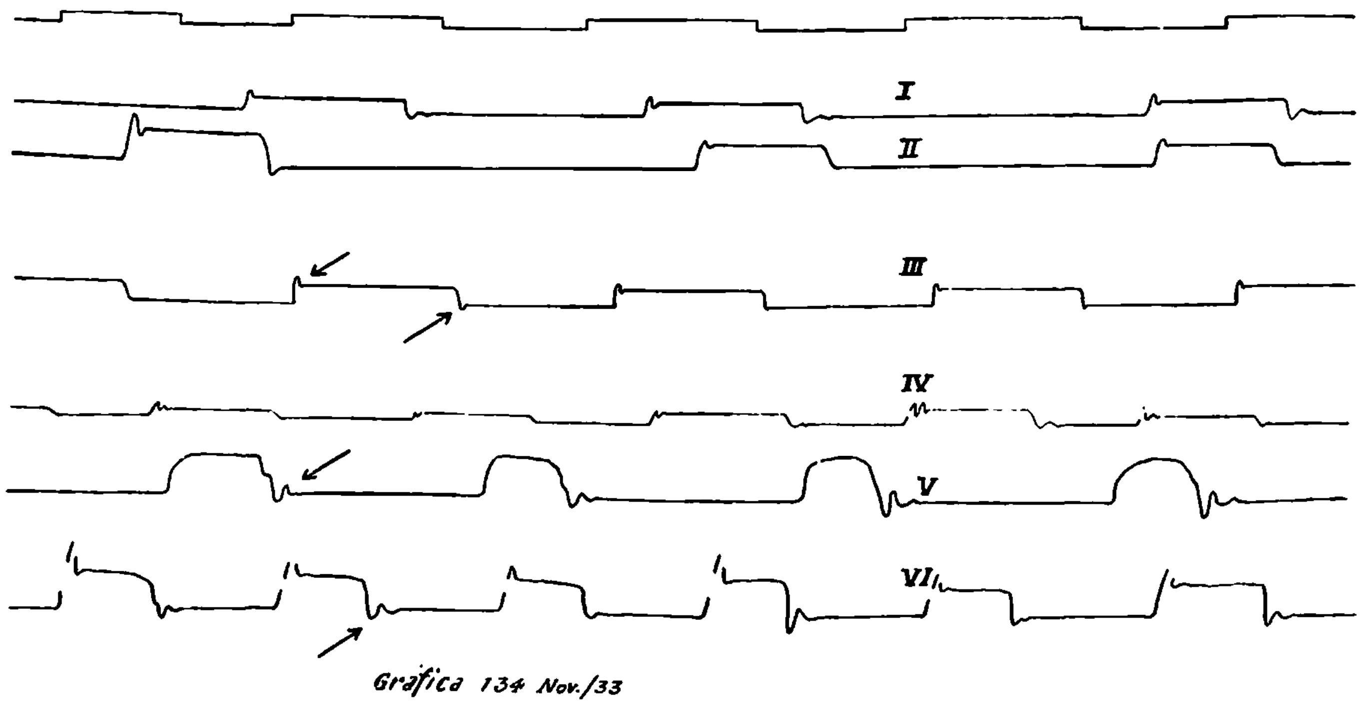
Para reducir al mínimum la inercia del aparato, amplificar suficientemente las inscripciones y obtener curvas regulares, construimos el aparato del esquema C., que ya hemos mencionado. El mercurio está en todo momento sometido a la presión del brazalete y forma con éste un sistema homogéneo. La columna de mercurio del tubo marca por su ascenso o descenso, las variacio-



Gráficas de las oscilaciones mecánicas de las membranas en los aparatos inscriptores.

nes de volumen del frasco y del brazalete, aumentadas proporcionalmente a la relación de las superficies del frasco y del tubo, según esta expresión:

$$h = \frac{S}{S_1} h_1$$



Gráficas de las oscilaciones mecánicas de las membranas en los aparatos inscriptores.

Debido a la naturaleza viva de las arterias, el movimiento especial de éstas no puede regularse por los mismos principios que gobiernan el movimiento de los líquidos en tubos rígidos y elásticos, porque la arteria, en toda parte de ella, interviene de manera directa en el mecanismo de su movimiento. El vaso en actividad, no es un tubo que se distiende en toda su longitud, simultáneamente, a cada impulso del corazón, sino sucesivamente, y afecta en una porción cualquiera de su longitud, la forma y sección de la figura 15. La vibración en un punto cualquiera, es una vibración transversal, semejante al movimiento de las cuerdas sonoras. Cada porción longitudinal de la arteria ejecuta el mismo movimiento sucesivamente, pero el instante en que ésto ocurre, depende de la velocidad con que se propagan las ondulaciones de la pared arterial; esta sucesiva ondulación se denomina *onda* y la distancia entre dos partículas vecinas que se encuentran en la misma fase, se denomina *longitud de onda*. Estas ondas son del tipo de las llamadas *ondas transversales*, porque el desplazamiento de las partículas individuales es *transversal* con relación al desplazamiento de la onda. La onda, en 2/4 del

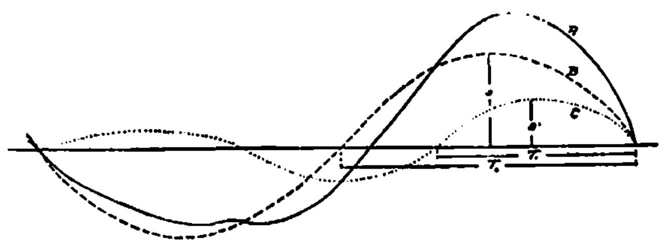


FIGURA 12

La amplitud es igual a la original por 3. $T = {}^2/_3\, T_2$

La elongación es igual a la original por 2. $a = {}^1/_2\, a$

A — Movimiento periódico compuesto de B y C.
B — Sinusoide simple que origina con C a A.
C — Sinusoide amortiguada (movimiento del Hg.)

ciclo de oscilación de la partícula alrededor del eje *x x*, es la que suministra, en cada vibración, a todo lo largo del vaso, la energía necesaria para el movimiento.

Si estudiamos la gráfica número 216, se observa que el desplazamiento de A. es armónico. Se representa por *a sen w T* o también por

$$a \, sen \frac{2\pi}{T} t$$

y el desplazamiento del punto Q en el mismo instante, está dado por

$$a \, sen \left[\frac{2\pi}{T} t - c \right]$$

co y para una vibración, la ecuación vale:

$$y = a \, sen \, 2\pi \left[\frac{t}{T} + c \right]$$

siendo t el tiempo y T el período.

Como la velocidad angular vale:

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

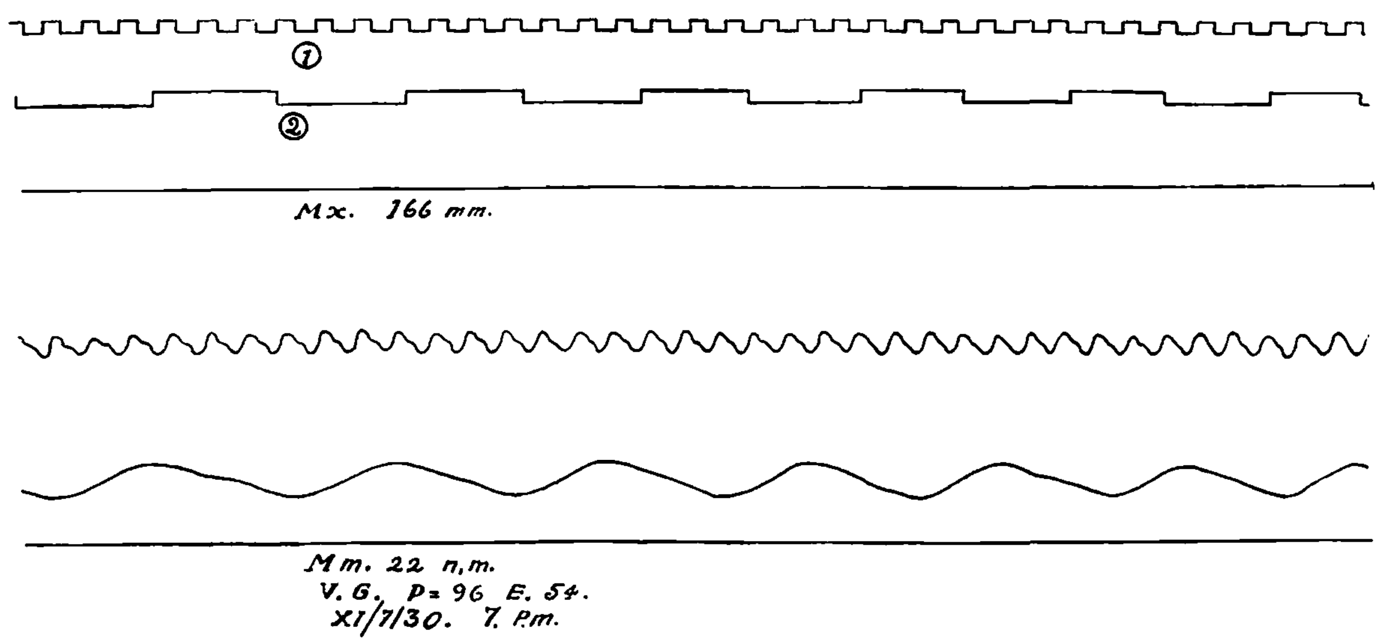
la ecuación anterior se convierte en ésta:

$$y = a \, sen \, (wt + c)$$

que es la ecuación del movimiento periódico simple, o movimiento armónico, al cual se puede reducir el movimiento arterial.

El análisis de la curva anterior, obtenida directamente de la arteria, nos muestra la importancia que tiene para la fisiología el estudio de las gráficas del pulso, obtenidas sin dicrotismo y suficientemente ampliadas. Adelante tendremos ocasión de demostrar su aplicación para el cálculo de la velocidad de propagación de las ondas arteriales, el gasto líquido de las arterias, el trabajo del corazón, la longitud de onda de la vibración, la presión arterial y la elasticidad real de las arterias, puntos que revisten excepcional importancia para la clínica.

Decir que los fenómenos de los seres vivos, no pueden reducirse al mundo real, es abusar de la lógica del sentimiento, porque no tenemos otro medio para conocer los fenómenos físicos sino el de nuestros sentidos. El primer paso en toda ciencia, es descubrir un medio de medida apropiado al fenómeno; y hay ciencia desde el momento en que hay valoración impersonal de un fenó-



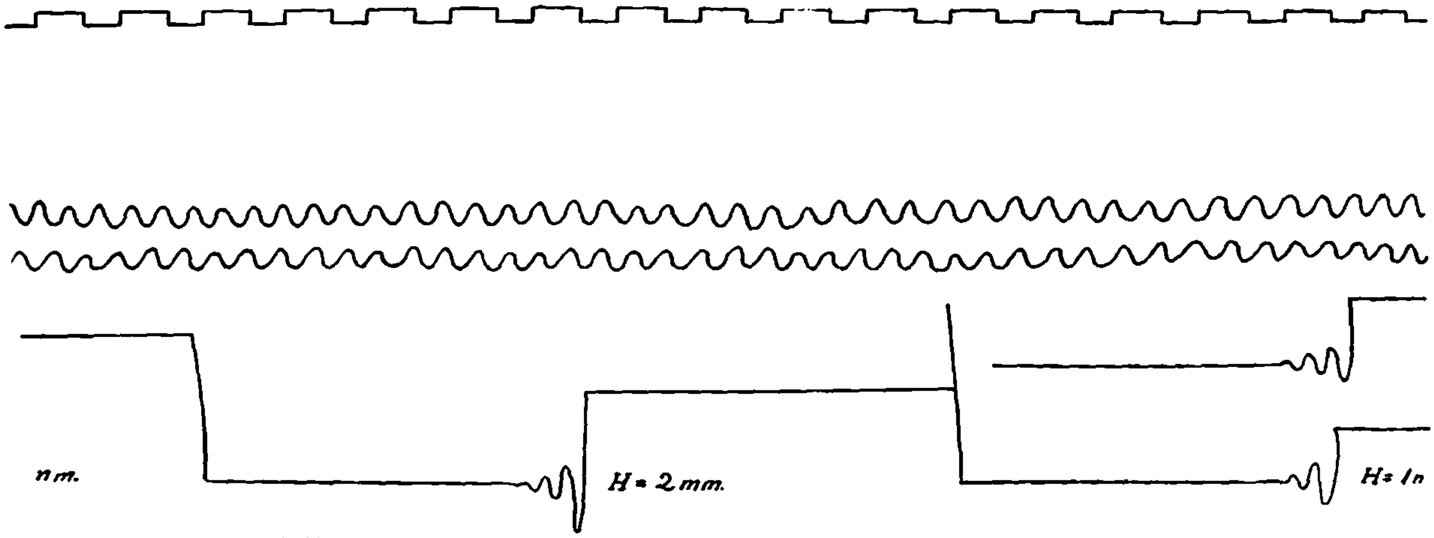
Gráfica de las oscilaciones de la columna manométrica en un aparato inscriptor.

en donde C. es la diferencia de faces entre A y Q.

La curva está formada por arcadas iguales, y por una traslación igual a T (período) y paralela al eje de t cada arcada se viene a colocar sobre la siguiente. Representa un movimiento periódi-

meno. Por medio de las relaciones matemáticas entre las medidas del hecho, en campos diferentes, y por medios distintos, se establece de una vez para siempre, la ley fundamental, que es la síntesis del fenómeno.

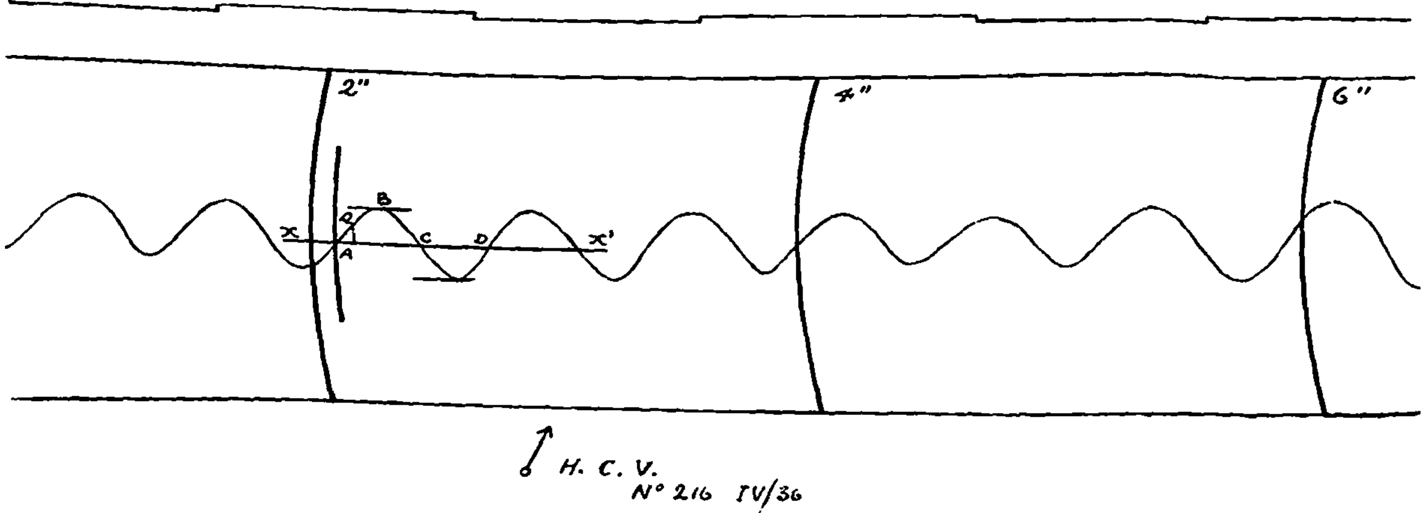
La arteria es un sér vivo que deja en su ritmo el trazo propio de su función, como un cuerpo luminoso impresiona un elemento foto-eléctrico, o un cambio de colorido se transforma en vibración sonora, o como un cuerpo químico modifica el protoplasma de la célula. Todos son fenómenos mensurables, directa o indirectamente; siguen las leyes de la mecánica universal. Así, la vibración de la arteria, nos suministra los elementos de trabajo suficientes para estudiar el fenómeno en el campo de la física.



Gráfica de las oscilaciones de la columna manométrica en un aparato inscriptor.

Tensión arterial.

La base de todas estas aplicaciones es principalmente la medida de la tensión arterial. Vamos a estudiarla desde el punto de vista mecánico, basándonos en los principios que hemos establecido.



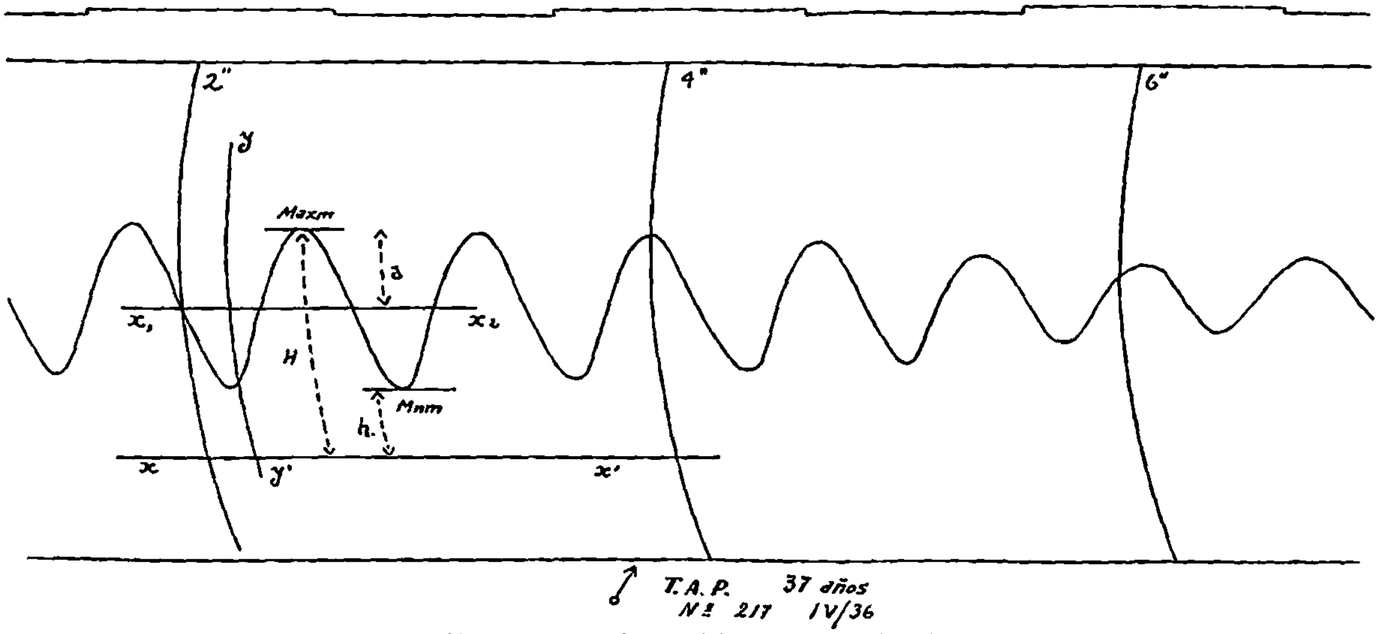
Curva del movimiento ondulatorio a lo largo de una arteria.

Por medio de uno de los dispositivos que ya hemos descrito, obtenemos el trazo del pulso; para que se inscriba una curva bien propia es necesario que la presión exterior sobre la arteria sea igual a la interior que desarrolla la misma. Sólo entonces la pared arterial puede batir al máximum, y con ella, el sistema que indirectamente le va unido. Para esto es necesario una valoración previa exacta de la presión media eficiente. Vamos a calcular cuál es el verdadero valor de la presión media y cómo se mide.

Presión media. La curva de la gráfica número 217 presenta un máximum y un mínimum que corresponden exactamente al máximum y al mínimum de la presión de la arteria. En efecto, para anular la vibración es necesario ejercer sobre el brazalete que comprime la arteria, una presión valorada en columna de mercurio igual a la ordenada *H*. Después, al disminuír la presión, la aguja inscriptora comienza a oscilar, la oscilación pasa por un máximum, y a medida que se va disminuyendo la presión, la aguja oscila menos, hasta que toda oscilación desaparece; en este momento el manómetro marca una presión mínima, igual a la ordenada *h*. El valor *H* mide la presión máxima arterial, y el valor *h* la presión mínima, que llamaremos hemostática, porque corresponde a la presión de la sangre que llena el vaso, abstracción hecha de toda otra presión. La presión media, con relación al eje xx' que es el de la presión cero, tiene por valor:

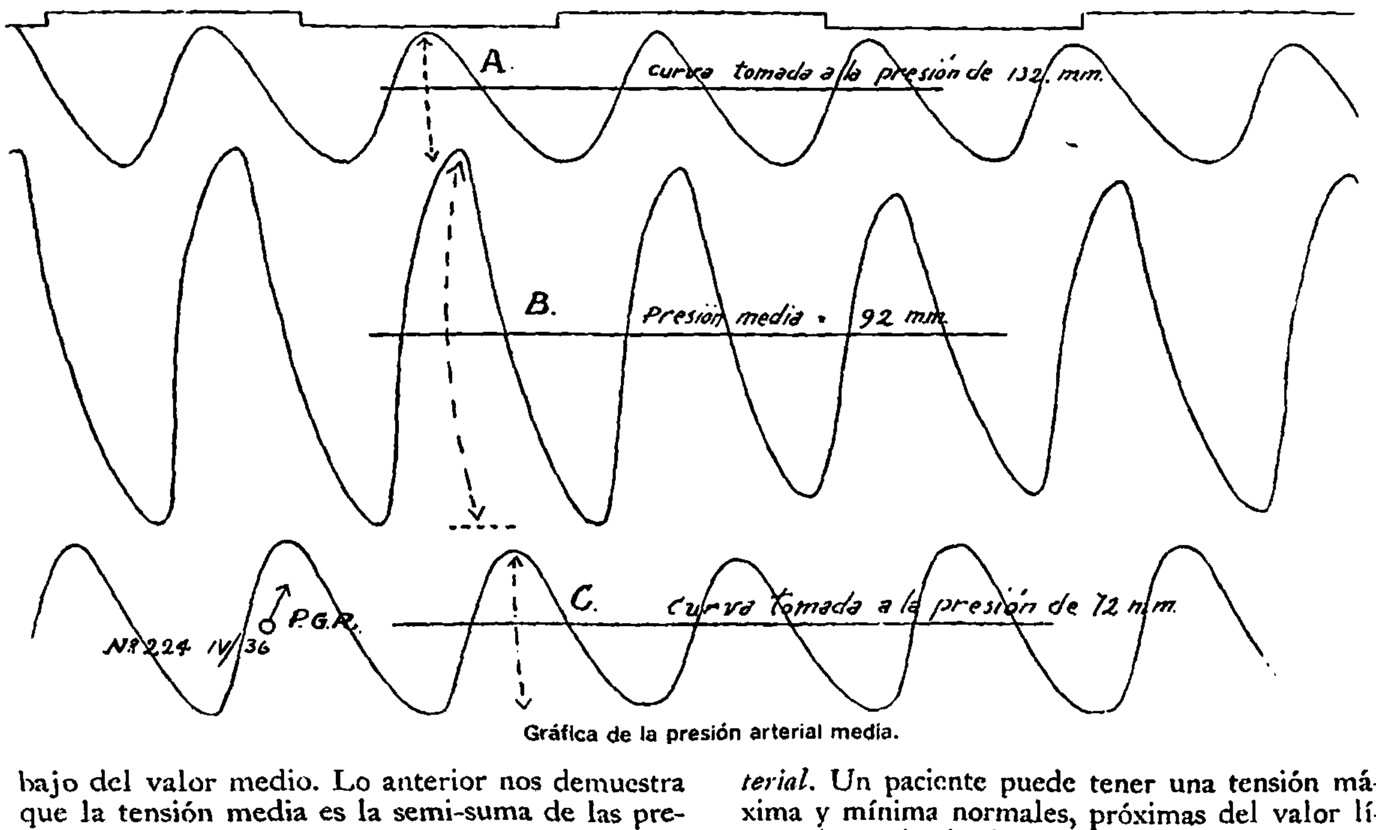
$$\frac{H-h}{2} + h = \frac{H+h}{2}$$

Este valor es exacto, porque si se gradúa el instrumento a cualquiera otra presión, superior o inferior a la media verdadera, las oscilaciones decrecen en amplitud. Esto se ve muy claro en la gráfica número 224 tomada a la presión me-



Gráfica de la presión arterial en el aparato inscriptor.

dia exacta de 92 m.m. y a presiones inferior y superior a ésta, 132 y 72 m. m., respectivamente. La amplitud de la vibración se reduce notablemente al tomar la gráfica por encima o por de-



Gráfica de la presión arterial media.

bajo del valor medio. Lo anterior nos demuestra que la tensión media es la semi-suma de las presiones.

Presión arterial.—La *tensión arterial,* como se designa en clínica la diferencia entre la presión máxima y mínima, es un valor que solamente puede compararse a otro; no es susceptible de adición ni sustracción; es un valor *escalario* como la temperatura, la masa, la densidad, la potencia, la resistencia eléctrica. Estas magnitudes que no pueden medirse sino designarse por un número, no convienen para valorar el fenómeno fisiológico. Es necesario substituír esta noción por la concreta de ***presión por unidad de superficie arterial.*** Un paciente puede tener una tensión máxima y mínima normales, próximas del valor límite determinado de antemano, o un valor completamente anormal en apariencia, sin que en ninguno de los dos casos sea la verdad, porque la tensión máxima y mínima dependen, como adelante lo demostraremos, no sólo del instrumento empleado y de los errores personales que en muchas ocasiones adquieren la misma magnitud que se mide, sino de la frecuencia de las vibraciones, longitud de onda, trabajo del corazón, amplitud de la vibración, etc., valores todos estos que pueden variar simultánea o sucesivamente. No así al valorar la presión por unidad de superficie, que es función de todas estas variables.

Tensión arterial integral. Tensión del corazón. Designamos por *tensión integral,* la presión que en cada vibración ejercen alternativamente el corazón y la arteria, en un punto considerado del vaso. Este concepto es necesario introducirlo, porque siendo la arteria un sér vivo, su movimiento depende del motor corazón, generador de las ondas primitivas, y de la contracción propia de la arteria, que entretiene la vibración, comunicándole sentido y energía a la masa de sangre en movimiento.

representa una superficie absolutamente proporcional a la tensión en el mismo tiempo. Por esto es necesario valorar el área de esta curva, que mide la variación de la presión, en términos clínicos, la tensión integral por vibración.

El área curvilínea ABC se puede valorar por defecto o por exceso, o con la aproximación suficiente para el caso.

a) *Valoración por defecto.*

Sería suficiente dividir la recta AC en 6 partes iguales. La superficie total sería la suma de los 4 rectángulos, así:

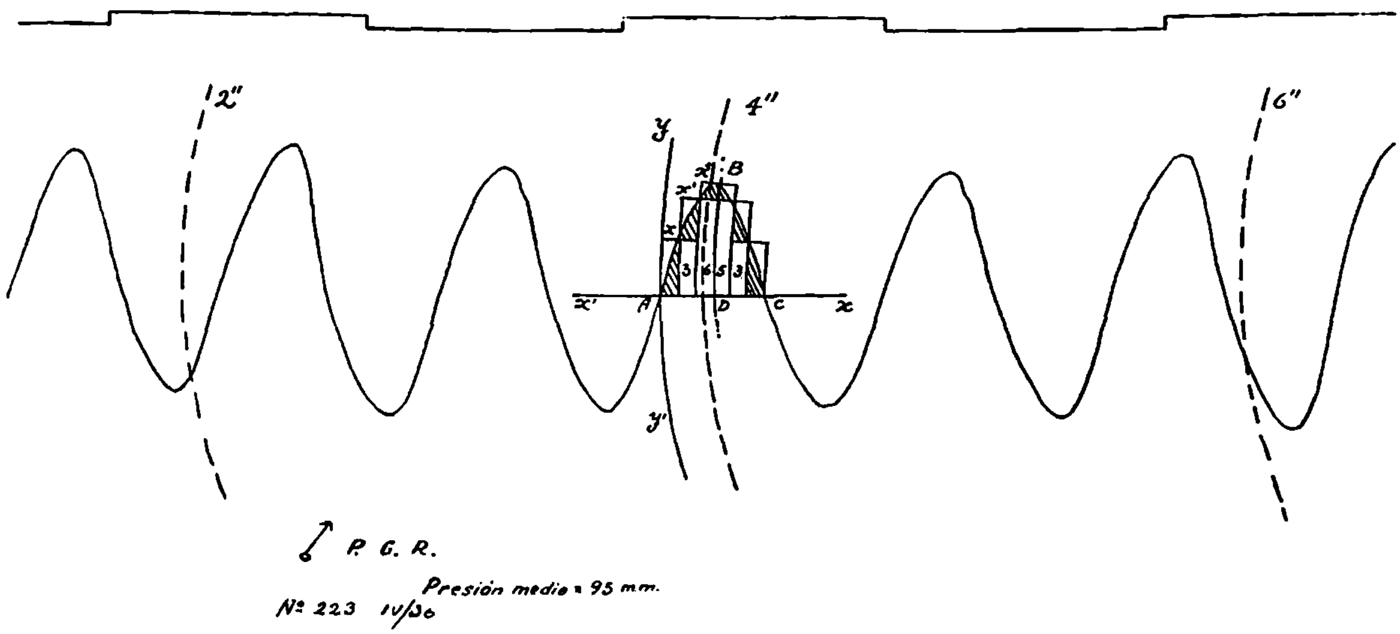
$$S=[1\times 3]+[1\times 5]+[1\times 5]+[1\times 3]$$

en esta valoración hemos despreciado las pequeñas superficies correspondientes a los triángulos sombreados.

b) *Valoración por exceso.*

El área total comprendida por la curva y el eje xx' sería igual a las sumas de las superficies de los 6 rectángulos.

$$S_1=x+[1\times 3+x]+[1\times 5+x'']$$



Valoración gráfica de la tensión arterial.

Para valorar esta tensión es necesario considerar en la curva del pulso la superficie correspondiente. Consideremos para ello la gráfica del pulso número 223, y hagamos en ella misma algunas consideraciones de geometría, para dejar de una vez aclarado punto de tanta importancia.

Sea la porción de curva ABC, la pared arterial se encuentra en movimiento vibratorio alrededor del eje xx' El problema se reduce a valorar la presión que se ejerce, desde el momento en que principia a dilatarse en el punto de equilibrio A pasa por el máximum de la amplitud B y vuelve a C; pero como ha transcurrido un tiempo t representado por la abcisa AC, el punto de la arteria en vibración traza la curva ABC que

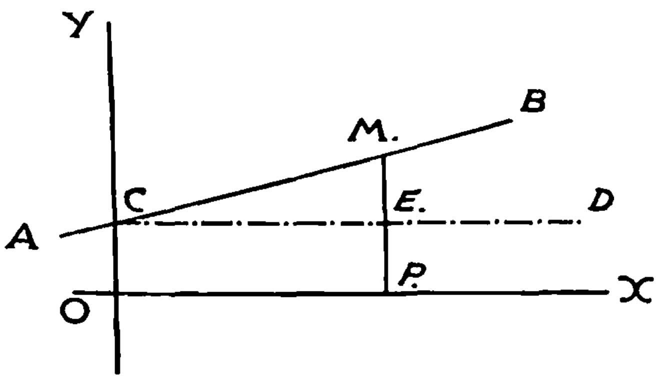
y en ambos casos, mientras más pequeñas sean las divisiones de AC la aproximación será mayor. Podemos suponer la distancia AC dividida en partes infinitamente pequeñas, y por lo tanto las partes sombreadas, sean tomadas por defecto o por exceso, serán también infinitamente pequeñas, y se llegará a obtener el valor exacto del área, cuando esta diferencia sea tan pequeña que se confunda con la curva. Esta suma es la que se llama el área integral de $ABCD$.

Como hemos supuesto reducida la curva a una sinusoide, nos parece oportuno poner el cálculo elemental de esta curva, para aplicarlo a la valoración de las gráficas del pulso, y por medio de ellas medir las magnitudes que interesan a los médicos.

La ecuación general de la línea recta en coordenadas de ejes rectangulares es:

$$y = ax + b \qquad (1)$$

En efecto, sea una recta AB situada en el plano de los ejes OX OY. Desde un punto cualquiera M de esta recta, bajemos la perpendicu-



lar MP a OX; las coordenadas del punto M serán: $MP = Y$; $OP = X$. Por el punto C donde AB encuentra el eje OY tracemos CD paralela al eje OX.

En el triángulo rectángulo CME se tiene:

$$ME = CE \; tang \; \widehat{BCD}$$

Agregando EP a los dos miembros de la ecuación, se tiene:

$$ME + EP = CE \; tang \; \overline{BCD} + EP$$

y teniendo presente que:

$$ME + EP = y$$

y que el ángulo $\overline{BCD}$ que hace CD es constante y por lo mismo su tangente que podemos representar por a llamada coeficiente angular o inclinación, y como

$$CE = x$$
$$EP = OC = b \; (constante)$$

llamada ordenada de origen, la ecuación (1) toma la forma

$$y = ax + b$$

Cuando la recta AB pasa por el origen O, la ordenada de origen $oc = b = o$ se convierte:

$$y = ax$$

y cuando AB es paralela a OX, el ángulo $\overline{BCD}$ es nulo, y entonces $tang \; \overline{BCD} = a = o$ la ecuación se convierte:

$$y = b$$

y en el caso en que $a = 0$ y $b = 0$

$$y = 0$$

lo cual indica que la recta se confunde con el eje X.

Dada la inclinación a, si la recta pasa por otro punto, cuyas coordenadas sean x' y' se tiene

$$y = ax' + b$$

de donde

$$b = y' - ax'$$

y sustituyendo este valor en la ecuación general (1) se tiene:

$$y - y' = a \left| x - x' \right| \qquad (2)$$

Ahora, siendo el coeficiente de inclinación el límite de la relación del incremento de la función al de la variable. Llamando dy y dx estos incrementos, nos queda:

$$a = \frac{dy}{dx}$$

y substituyendo el valor del incremento en (2) resulta:

$$y - y' = \frac{dy}{dx} \left| x - x' \right| \qquad (2)$$

y como la ecuación de la sinusoide es

$$y = sen \; x$$

e incrementando, queda:

$$y + \Delta y = sen \left| x + \Delta x \right|$$
$$\Delta y = sen \left| x + \Delta x \right| - sen \; x \qquad (4)$$

y como según la ecuación trigonométrica general

$$sen \; p - sen \; q = 2 \cos {}^1/_2 \left| p + q \right| sen \, {}^1/_2 \left| p - q \right| \qquad (5)$$

poniendo

$$p = x + \Delta x \qquad q = x$$

y escribiendo

$$p + q = 2x + \Delta x \qquad p - q = \Delta x$$

y también

$${}^1/_2 \left| p + q \right| = x + \frac{\Delta x}{2}$$

$${}^1/_2 \left| p - q \right| = \frac{\Delta x}{2}$$

la ecuación (5) aplicada a la diferencia (4) da:

$$\Delta y = 2 \cos \left[x + \frac{\Delta x}{2} \right] sen \left[\frac{\Delta x}{2} \right]$$

y dividiendo por Δx se tiene:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 \cos \left[x + \frac{\Delta x}{2} \right] sen \left[\frac{\Delta x}{2} \right]}{\Delta x}$$

y dividiendo por 2 los términos de la fracción que forma el segundo miembro, queda:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\cos \left[x + \frac{\Delta x}{2} \right] sen \left[\frac{\Delta x}{2} \right]}{\frac{\Delta x}{2}}$$

la relación $\frac{\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}$ tiene por límite la unidad; luego, pasando al límite, la derivada será:

$$y = \frac{dy}{dx} = \cos x$$

y substituyendo el valor anterior en la ecuación (3) nos queda:

$$y - y' = \cos x\,(x - x') \qquad (6)$$

que es la expresión de la tangente a la sinusoide.

Como vimos que el límite de la relación del incremento de la función al de la variable $\frac{dy}{dx}$ es igual al coeficiente de inclinación de la tangente a la curva; es fácil deducir de esta propiedad, el medio de trazar las tangentes a las curvas y establecer las ecuaciones. Como teníamos que $y - y' = a\,(x - x')$ la ecuación general de la tangente a una curva es:

$$y - y' = \frac{dy}{dx}\,(x - x')$$

y para nuestro caso particular la ecuación (6) representa la tangente a la sinusoide.

Para

$$x = {}^{1}/_{2}\,\pi$$
$$x = {}^{3}/_{4}\,\pi$$
$$x = {}^{5}/_{2}\,\pi$$

se tiene que $\cos x = 0$ y $\operatorname{tang} \alpha = 0$ lo que indica en la curva de la gráfica número 217 que en los puntos A, C, B.... la tangente a la curva es paralela al eje de las X.

Para determinar el sentido de la curvatura, como

$$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} = \cos x$$

$$y'' = f''(x) = -\operatorname{sen} x$$

Haciendo $x = 0 \quad x = \pi \quad x = 2\pi, \quad x = 3\pi$ para estos valores de XY se hace igual a cero. Resulta que los puntos de inflexión O, M', M''... están situados en el eje de las X y sus ordenadas son nulas.

Ahora, para valorar el área de la curva aplicamos la ecuación general:

$$S = \int y\,dx.$$

$$S = \int \operatorname{sen} x\,dx = -\cos x + c$$

Para calcular el área S del segmento OAP se toma esta integral entre los límites

$$x = 0 \quad x = 0 \quad P = \frac{\pi}{2}$$

lo cual da, respectivamente:

$$S = -1 + c \qquad S = -0 + C$$

Por lo tanto, el área OAP es, despreciando la constante C que se anula:

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x\,dx = 0 - (-1) = 1.$$

La interpretación práctica de este resultado es la siguiente: suponiendo que el radio R del arco X se toma por unidad, resulta que el área $S = OAP$ es equivalente a la de un cuadrado que tenga R por lado.

El área OAB es doble de la de OAP y tiene por valor numérico el número 2, que se obtiene al tomar la integral entre los límites $x = 0 \quad a = 0 \quad B = \pi$ Como $\cos \pi = -1; \; -\cos \pi = 1$ se tiene:

$$S = \int_0^{\pi} \operatorname{sen} x\,dx = 1 + 1 = 2$$

Presión arterial.

Podemos valorar la superficie de la curva de la gráfica número 217, en función de la tensión arterial, de la manera siguiente: a representa la mitad de la tensión arterial, y ésta varía desde h hasta $H - h$; vimos que con relación al eje $x_1\,x_2$ la presión media es $\frac{H + h}{2}$ y la tensión arterial es: $H - h$.

Como H y h se valoran en columna de mercurio, en cada semi-vibración, tendremos que calcular la superficie infinitamente delgada de la curva OAB. Vimos que ésta vale:

$$\int_0^{\pi} \operatorname{sen} x\,dx = 2$$

y como el radio de la curva, en este caso es $H - {}^{1}/_{2}\,h$ para el área de mercurio OAB será:

$$\int_0^{\pi} \operatorname{sen} x\,dx = 2 \;\; (AP)^2 = 2 \left[\frac{H - h}{2}\right]^2$$

o sea, el área doble del cuadrado que tenga por lado el radio de la curva, o sea la semi-diferencia de las tensiones máxima y mínima.

Designando la diferencia $H - h = I$, nos queda:

$$\int_0^{\pi} \operatorname{sen} x\,dx = \frac{I^2}{2} \qquad (7)$$

que es la expresión de la tensión integral que podemos definir: *La tensión integral es proporcional al cuadrado de la vibración arterial.*

Podemos considerar la vibración formada por dos partes. La primera que comprende la parte de la curva OAB, debida a la acción del corazón; la segunda, corresponde a la arteria, y está representada por la porción BCD.

Bajo el impulso del corazón la pared de la arteria, en la zona considerada, se dilata sucesivamente hasta un máximum $\frac{H - h}{2}$ después, gracias a la elasticidad del tejido, el valor anterior decrece hasta hacerse igual a cero; en este momento obra la arteria, se contrae sucesivamente hasta un máximum $-\frac{H-h}{2}$, para volver por relajamiento propio a la posición inicial, y así se repite el ciclo. En este movimiento, el impulso sincrónico del corazón, y la contracción arterial, entretienen la vibración, desde los grandes vasos hasta los menores.

Según vimos la ecuación (7) representa una superficie de mercurio infinitamente delgada. Para encontrar la presión arterial o del corazón, por unidad de superficie arterial, será necesario hacer la siguiente consideración:

Si a la superficie de la curva le damos un espesor cualquiera y consideramos una longitud propia, podremos valorar la presión en gramos por unidad de superficie. Así transformaremos la noción de tensión arterial por la de presión por unidad, concepto concreto, que nos da a conocer la magnitud exacta del fenómeno.

$$E_n = \frac{l^2}{\lambda} 10^{-3}\Delta \qquad (8)$$

lo cual podemos enunciar así:

La presión arterial es proporcional al cuadrado de la tensión arterial e inversamente proporcional a la longitud de onda de la vibración.

Trabajo del corazón.—Trabajo arterial

Se entiende por trabajo de una fuerza el producto de ésta por el desplazamiento de su punto de aplicación. Con la ecuación (8) podemos calcular el trabajo del corazón por unidad de superficie arterial, y con este dato, el valor total del trabajo en el árbol arterial. La fuerza estará dada por la presión por unidad de superficie arterial; el desalojamiento, por el valor de la vibración arterial en el punto considerado, que en este caso es igual a la amplitud de la vibración, tanto para el corazón como para la arteria, puesto que ya hemos considerado que en el ciclo de la vibración, la mitad corresponde a la arteria y la otra mitad al corazón.

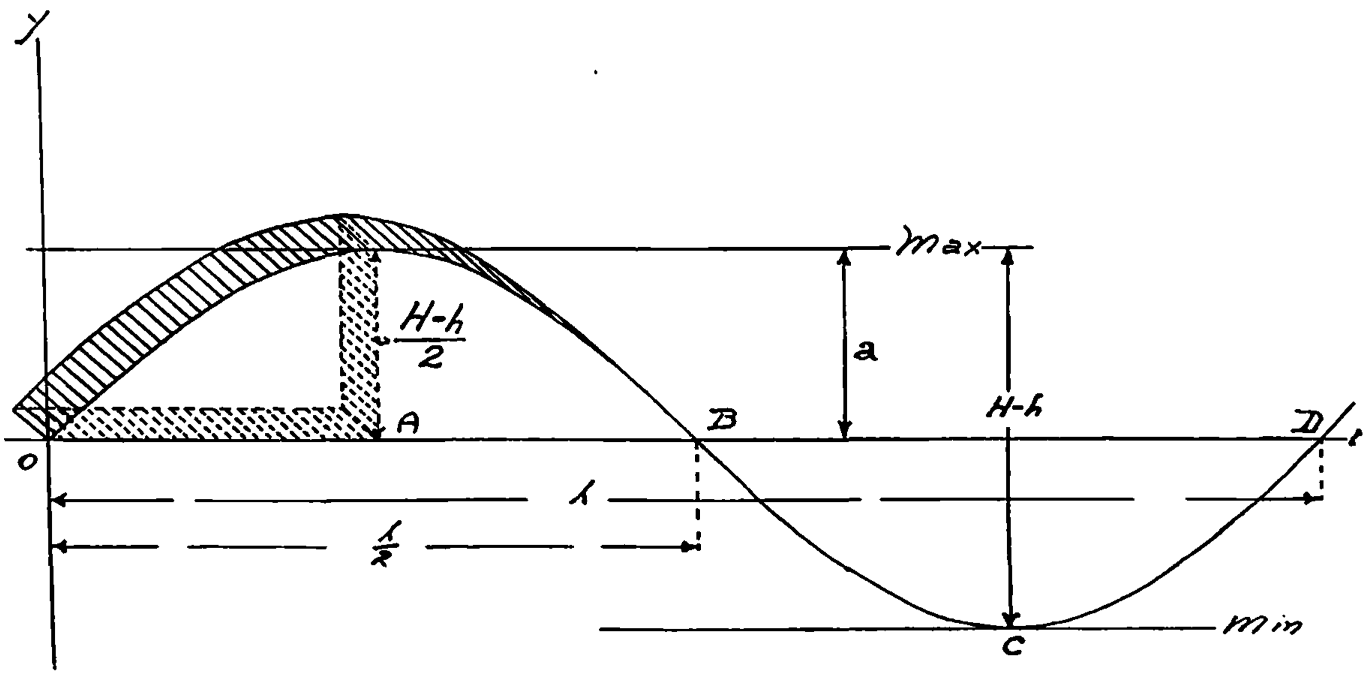


FIGURA 16

Consideremos la figura número 16. El valor de la tensión arterial es:

$$H - h = E$$

La tensión integral es:

$$\frac{l^2}{2} = E_1$$

En la porción OB de la curva consideremos un milímetro de profundidad; el peso de la columna sólida será:

$$E_p = \frac{l^2}{2}\Delta 10^{-3}$$

si dividimos este valor por una longitud igual a la semi-longitud de onda, obtendremos la ***presión media por unidad de superficie arterial:***

En la figura 16 el punto A y todos los demás de la pared arterial, realizan un trabajo equivalente al levantamiento a una altura a (a igual a la amplitud de la vibración) de un peso $\frac{l^2}{\lambda} 10^{-3}\Delta$

Por lo tanto la expresión del trabajo por unidad será:

$$T = 10^{-3}\Delta \frac{l^2}{\lambda} a$$

y por minuto:

$$T = 10^{-3}\Delta \frac{l^2}{\lambda} a\, N \qquad (N = \textit{frecuencia})$$

Para valorar el trabajo total del corazón en todo el árbol arterial, sería necesario conocer la presión en los diferentes puntos, pero esto es muy difícil valorar con exactitud; es suficiente para nuestro caso, conocer el trabajo por unidad en un sitio del árbol arterial, por ejemplo, un decímetro cuadrado en el sitio de la radial.

La cifra así obtenida en kilográmetros, se puede convertir en calorías, para hacer comparables los resultados con el metabolismo basal, medido, como se sabe, por otros procedimientos.

Variación del trabajo del corazón con las alturas.

El corazón trabaja de distinta manera en las alturas, debido al enrarecimiento de la atmósfera. Es útil conocer este incremento, especialmente en sitios como los de este altiplano andino, densamente poblados y donde existen ciudades de mucha importancia.

Indirectamente el corazón lleva a la célula el oxígeno necesario para su funcionamiento correcto; pero como éste disminuye con la altura, es necesario que el corazón aumente el trabajo, para llevar, en la misma unidad de tiempo, la misma cantidad de oxígeno, en un sitio o en otro.

Valiéndonos de la absorción del oxígeno al nivel de la célula, podemos calcular el incremento del trabajo del corazón a una altura dada sobre el nivel del mar. La fijación del oxígeno es consecuencia de la diferencia de tensión de este gas en el aire, con el medio interior del pulmón (sangre venosa pulmonar); en virtud de esta diferencia, el oxígeno se disuelve en el medio interior. Si el oxígeno disminuye en el aire exterior, el corazón debe realizar el trabajo necesario para mantener una tensión conveniente, para que el oxígeno se fije siempre, cualquiera que sea la presión atmosférica, en la misma cantidad sobre la célula, que continúa viviendo, y que necesita una cantidad constante para mantener los cambios funcionales.

Reduciendo el caso, podemos suponer un cambio de gases a través de una membrana; el oxígeno se fijará con cierto coeficiente que llamaremos Δ y supuesto el fenómeno al nivel del mar, podemos poner:

$$\text{Oxígeno disuelto } C = \frac{H\Delta}{\sqrt{D}} \qquad (9)$$

Para otro lugar sobre el nivel del mar, será:

$$(*)\ \text{Oxígeno disuelto } C' = \frac{H'\Delta}{\sqrt{D'}} \qquad (10)$$

Como los valores numéricos de la presión al nivel del mar y la densidad del aire son siempre mayores que en cualquier estación superior, resultaría que el valor de C es mayor que el de C'; como esto no puede ser, porque la célula consume la misma cantidad de oxígeno en cualquier altura, para que el individuo continúe viviendo normalmente, se infiere que por necesidad celular de asimilación funcional, los valores que representan C y C' tienen que ser iguales, y por lo tanto, el corazón debe aumentar el trabajo para mantener la constante.

Si designamos T_m el trabajo del corazón a una altura dada, y por T_{760} el trabajo del corazón en el nivel del mar, podemos poner:

$$T_m = T_{760} + T_x$$

siendo T_x el aumento del trabajo. Por otra parte, de la relación anterior podemos poner:

$$\frac{T_{760}}{C} = \frac{T_x}{C - C'}$$

de donde:

$$T_x = \left[\frac{C - C'}{C}\right] T_{760}$$

y la expresión del trabajo del corazón, en la estación superior, será:

$$T_m = T_{760}\left[1 + \frac{C - C'}{C}\right]$$

y teniendo presentes los valores de las ecuaciones nos queda:

$$T_m = T_{760}\left[1 + \frac{\frac{H\Delta}{\sqrt{D}} - \frac{H'\Delta}{\sqrt{D'}}}{\frac{H\Delta}{\sqrt{D}}}\right]$$

De donde:

$$T_m = T_{760}\left[2 - \frac{H'}{H}\,\frac{\sqrt{D}}{\sqrt{D'}}\right] \qquad (11)$$

Con la expresión anterior se puede calcular el aumento del trabajo del corazón. Basta para esto reemplazar en la ecuación los valores de la presión atmosférica y de la densidad del aire.

Así, por ejemplo, para Bogotá, situada a los 2,645 metros sobre el nivel del mar, y con una presión de 560 milímetros de mercurio, la ecuación (11) se nos convierte en:

$$T_m = 1.142\ T_{760}$$

lo cual nos indica que el trabajo del corazón en Bogotá, está incrementado en un 14% sobre el trabajo en el nivel del mar.

Para valorar el trabajo por unidad de superficie arterial en un lugar determinado, bastaría multiplicar el trabajo calculado en el nivel del mar, deducido de la gráfica del pulso, por el coeficiente que se establezca en la forma que acabamos de indicar. Lo mismo se haría para conocer el incremento que va a tomar el trabajo del corazón de un individuo, al llevarlo a un nivel superior.

El aumento del trabajo del corazón con las alturas está plenamente confirmado por los hechos. Se ha comprobado que este órgano tiene mayores dimensiones; que el porcentaje de hemoglobina es mayor, el número de pulsaciones

(*) H y H' son los valores de la presión atmosférica, en los dos lugares; y D y D' las densidades absolutas del aire.

crece con la altura y la amplitud de las vibraciones arteriales crece proporcionalmente a la altura sobre el nivel del mar; en estos sitios el número de glóbulos rojos está considerablemente aumentado, valores todos que indican transporte de oxígeno, aumento de la tensión aterial, mayor rapidez en el consumo de las reservas de hidrocarbonados y un ligero aumento del valor glicémico.

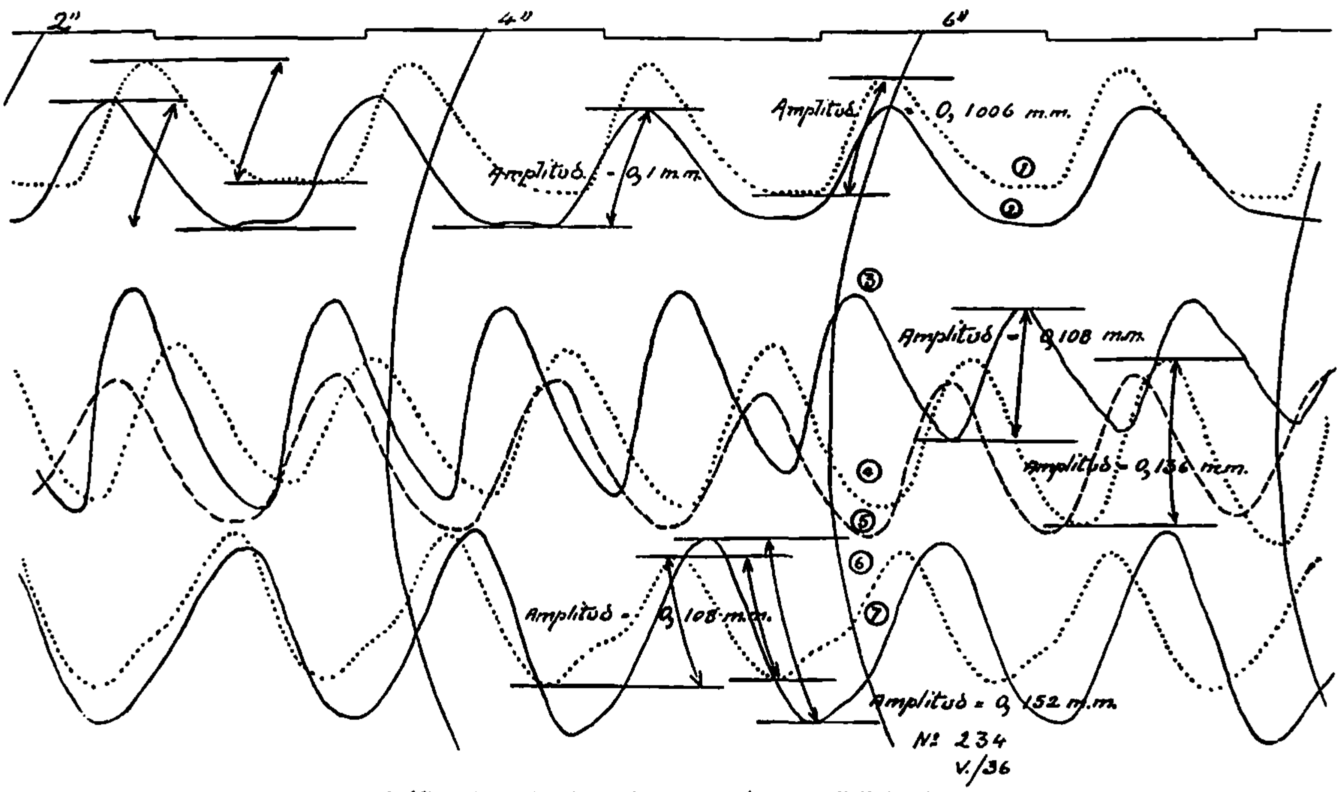
Las gráficas números 234 y 229 tomadas a individuos en la estación superior del funicular de Monserrate, nos muestran claramente el aumento de la frecuencia y de la amplitud con relación a Bogotá. La número 227 confirma lo anterior, puesto que las dos curvas son tomadas: la una haciendo respirar al individuo a la presión de Bogotá y la otra con una máscara y aire a la presión del nivel del mar. Se observa que en la

Por medio de un brazalete que aprisione la arteria, en un miembro elegido convenientemente y ligado por medio de un tubo de paredes poco elásticas, a un manómetro inscriptor, se obtienen las curvas de la vibración de la arteria, con el máximum de amplitud, para lo cual es necesario graduar el aparato a la presión media y anotar las presiones máximas y mínimas.

Como la contracción de las fibras de la arteria se hace sucesivamente, el movimiento de la sangre tiene un sentido definido de propagación del corazón hacia los capilares. El valor de la velocidad, por porción longitudinal de la arteria, nos está dado por:

$$V = \sqrt{\frac{F}{m}} \qquad (12)$$

la fuerza está dada por el peso de la columna de



Gráfica del pulso tomada en estaciones a distinta altura.

curva obtenida a la presión de 760 m.m., la frecuencia disminuye notablemente lo mismo que la amplitud y como en la expresión del trabajo entran estos factores, necesariamente aquél debe variar.

Gasto de una arteria.—Se llama gasto de una arteria, la cantidad de sangre que circula en un momento dado, por la sección considerada del vaso.

Debido a la naturaleza de las arterias, que no se pueden considerar como tubos rígidos ni elásticos, sino formados por elementos vivos, es necesario un estudio especial de su movimiento para establecer la expresión que nos dé a conocer el gasto, valor de mucha importancia en fisiología, en clínica y en medicina legal.

mercurio infinitamente delgada $\frac{H-h}{2}$ y por toda la sección, será

$$F_s = 2\pi R \left[\frac{H-h}{2}\right] \Delta$$

y reemplazando en la ecuación (12) nos queda:

$$V_s = \sqrt{\frac{4\pi R(H-h)}{m}} \qquad (13)$$

Ahora, dándole a la pared arterial la densidad 1, y considerando una longitud de un milímetro de arteria, podemos poner, con una aproximación suficiente para el caso:
$m = 2\pi Re$ (e = espesor de la pared arterial), reemplazando en (13):

$$V = \frac{1}{\sqrt{e}} \sqrt{\frac{H-h}{2} \Delta} \qquad (14)$$

este es el valor de la velocidad de la sangre en una sección considerada. Podemos decir: *la velocidad de la sangre es proporcional a la raíz cuadrada de la presión arterial.*

La figura 15 representa la sección de una arteria en actividad. Hay una sección que permanece más o menos constante, que es la luz de la arteria (diámetro mínimo 2r.); como la arteria no se cierra, es necesario considerar por sección, no la de la arteria en actividad, sino la sección de la corona, que es la que se mueve en la realidad; debido a la forma sinusoidal que toman las paredes de la arteria, la masa de sangre transportada por sección corresponde próximamente a la equi-

$$Q_1 = \frac{\pi}{2} (Da-a^2) \frac{1}{\sqrt{e}} \sqrt{\frac{H-h}{2} \Delta}$$

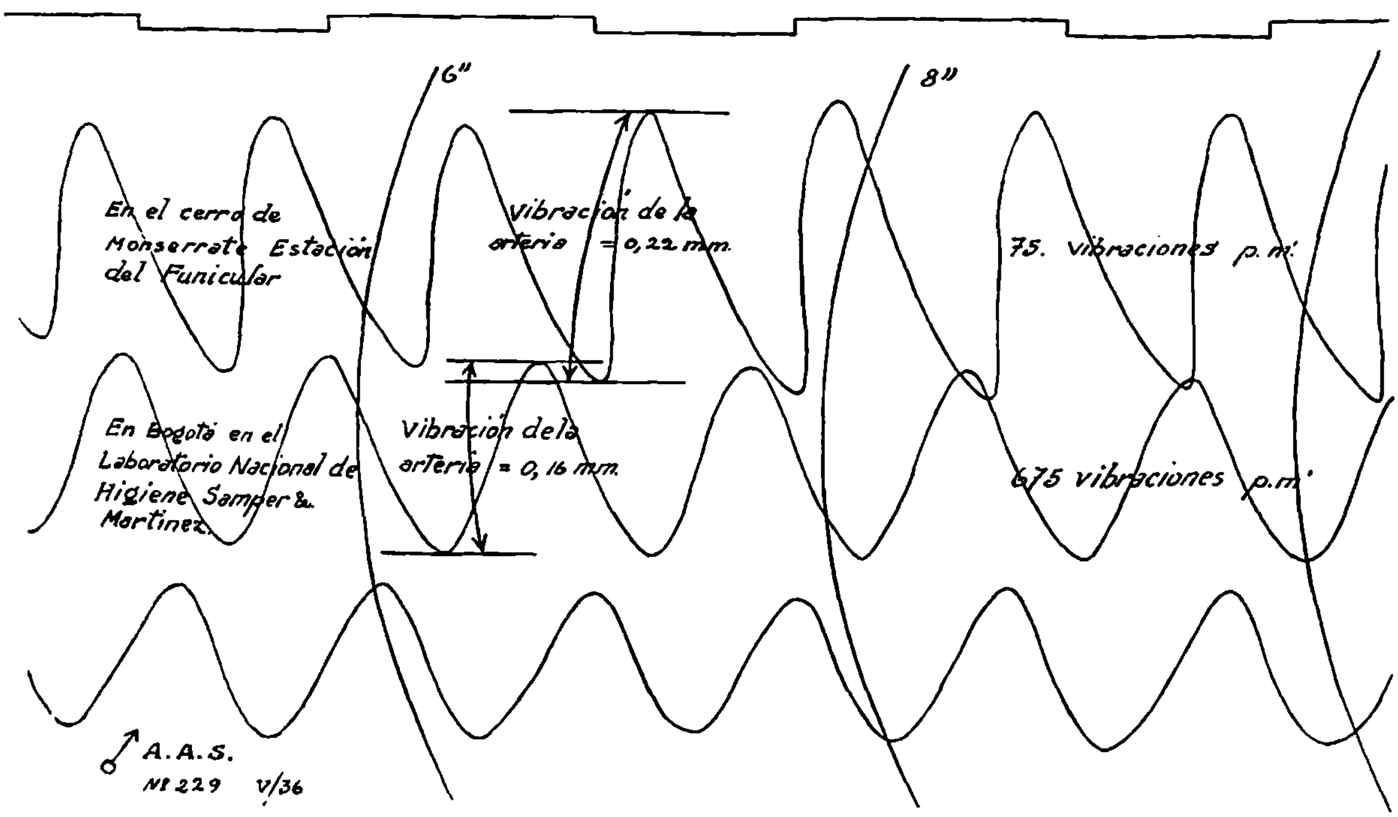
esto para una vibración, por segundo, y llamando N la frecuencia del pulso, nos queda por último:

$$Q_{ps} = \frac{30\pi(Da-a^2)}{N\sqrt{e}} \sqrt{\frac{H-h}{2} \Delta}$$

(D. diámetro del vaso).

Con la ecuación (14) podemos calcular en función de la tensión arterial la longitud de onda de la vibración. En efecto:

$$\lambda = VT = \frac{T}{\sqrt{e}} \sqrt{\frac{H-h}{2} \Delta}$$



Gráfica del pulso tomada en estaciones a distinta altura.

valente de la mitad de la corona. En la figura se puede observar que la pared de la arteria bate alrededor de una línea media, que es el eje xx' y como las ondas se propagan en un sentido, con cierta velocidad que hemos llamado V esa misma será la de la masa de sangre. Así, pues, siendo el gasto igual al producto de la velocidad por la sección, podemos poner:

$$Q = VS = \frac{\pi(R^2-r^2)}{2} V$$

$$Q = \frac{\pi}{2} (R^2-r^2) \frac{1}{\sqrt{e}} \sqrt{\frac{H-h}{2} \Delta}$$

Poniendo en esta expresión el valor de la amplitud, nos queda:

Para mayor claridad, vamos a condensar todos los resultados anteriores en el cuadro siguiente:

Tensión arterial: $H = h = I$

Tensión arterial media: $\frac{H+h}{2}$

Presión arterial integral: $\frac{I^2}{2}$

Presión arterial y del corazón por centímetro cuadrado de superficie arterial.

$$\frac{I^2}{\lambda} 10^{-3} \Delta \qquad (\lambda = \text{longitud de onda})$$

Trabajo arterial y del corazón por vibración:

$$\frac{l^2}{\lambda}\, 10^{-3} \Delta\, a \qquad (a = \text{amplitud})$$

Velocidad de propagación de la sangre y de las ondas arteriales:

$$\frac{1}{\sqrt{e}} \sqrt{\frac{H-h}{2}\Delta}$$

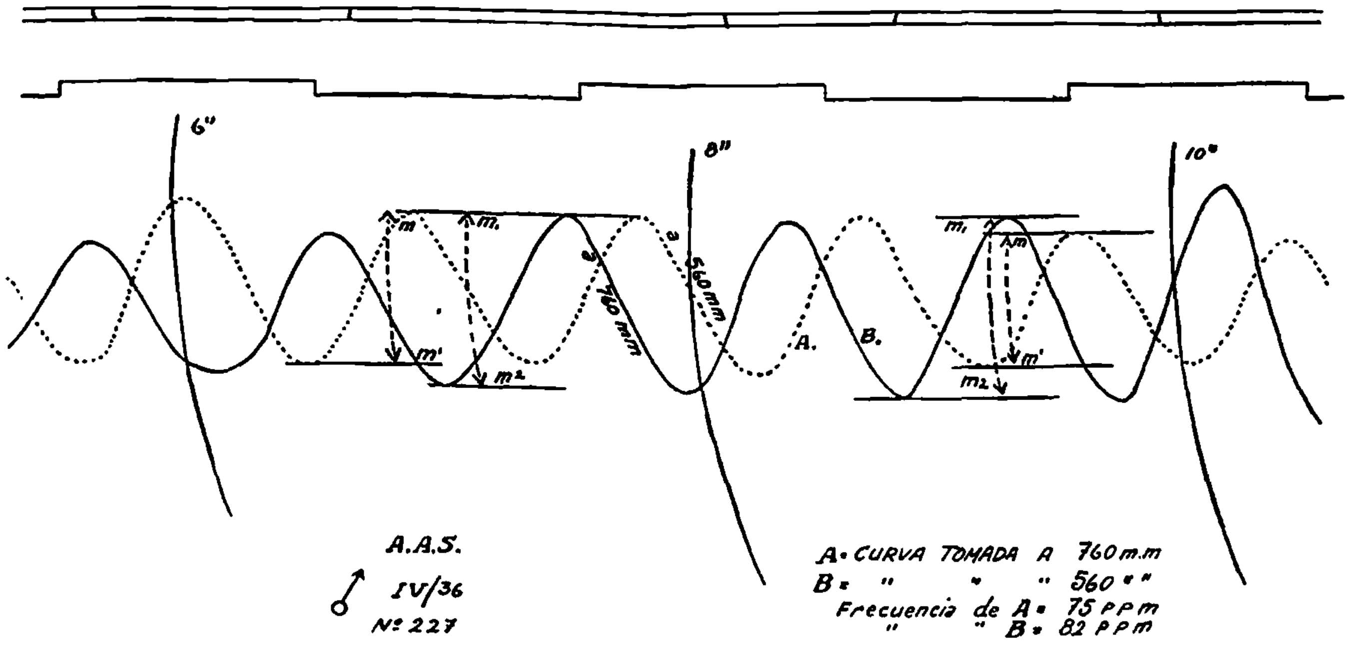
Longitud de onda de la vibración arterial:

$$\frac{T}{\sqrt{e}} \sqrt{\frac{H-h}{2}\Delta}$$

Gasto de una arteria por segundo:

$$\frac{30\pi(Da - a^2)}{N\sqrt{e}} \sqrt{\frac{H-h}{2}\Delta}$$

Todos estos son los valores que se pueden obtener con la medida de la tensión arterial.



Gráfica del pulso tomada en estaciones a distinta altura.

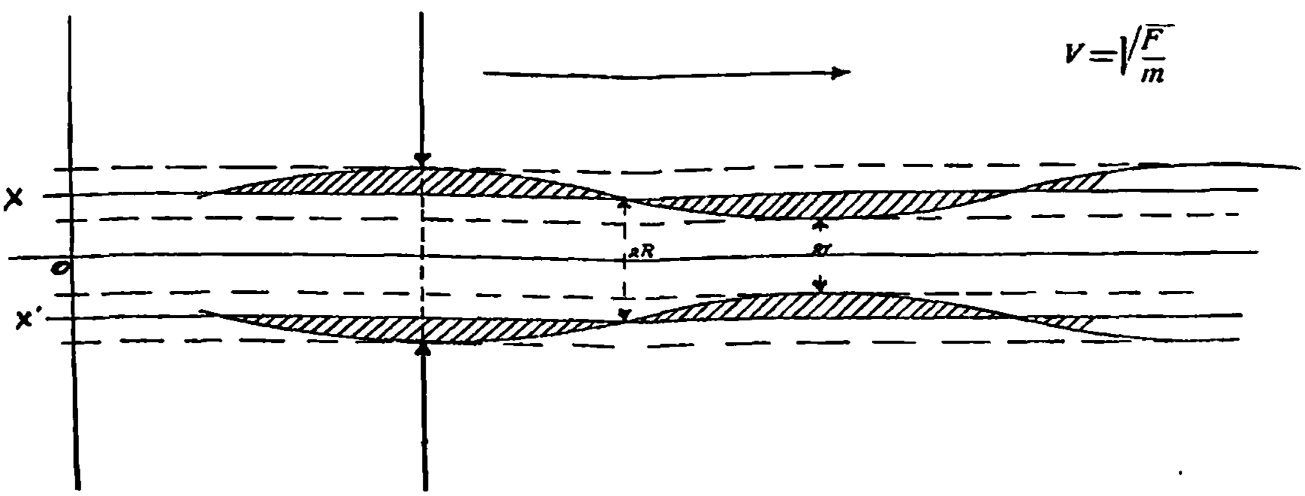


FIGURA 15

NOTA DEL AUTOR — En su conjunto, el anterior estudio lo hemos dedicado preferentemente a esta Revista, aunque algunas partes del mismo han aparecido antes en otras publicaciones, con el objeto de dar una información preliminar acerca de nuestros trabajos y debido a solicitud de los directores de ellas.

Así, pues, esta publicación abarca toda la materia que hemos procurado desarrollar referentemente a nuestros estudios y observaciones —tanto de laboratorio como en conferencias públicas— sobre LA TENSION ARTERIAL Y TRABAJO DEL CORAZON; y para que él quede al alcance de todos los que nos honren con su lectura, aun no siendo personas versadas en matemáticas, hemos querido presentarlo con las fórmulas más detalladas y completas, apareciendo así prolijos en demasía en los desarrollos empleados, que talvez parecieran innecesarios en explicaciones de esta índole.