TEORIA DE LA ABERRACION DE LA LUZ

JULIO GARAVITO ARMERO

Director del Observatorio Astronómico Nacional, de 1893 a 1919.

(PRIMER ESCRITO DE LA SERIE SOBRE OPTICA MATEMATICA)

El célebre profesor David Gill, Director del Observatorio del Cabo, en una Memoria referente a la *Determinación de la paralaje solar, de la masa de la luna, etc.* dijo lo siguiente, al tratar de la aberración de la luz:

"Cuando se trata de deducir el valor de la paralaje solar de los valores observados de la constante de la aberración y de la velocidad de la luz, surge la siguiente cuestión: ¿Se puede considerar como exacta la teoría generalmente aceptada de la aberración?

"En la teoría de la emisión de la luz no habría duda para ello; pero no creo que se pueda probar, en la teoría ondulatoria de la luz, que el seno del valor observado de la constante de la aberración sea verdaderamente idéntico a la relación entre la velocidad media de la tierra en su órbita y la velocidad de la luz, o que este seno no sea sino el término principal de una serie que exprese esta relación y cuyos otros términos nos son actualmente desconocidos.

"Si esto es así, el deber de los astrónomos está claramente trazado: consiste en determinar la constante de la aberración con toda la exactitud posible; pero mientras los físicos no hayan probado la exactitud incontestable de la teoría de la aberración, la constante observada no debe emplearse en la deducción de otras constantes astronómicas". *(Bulletin Astronomique de l'Observatoire de Paris.* Tom. XIII — 1896).

En el año de 1896, después de haber leído la Memoria del Profesor Gill, nos propusimos estudiar el citado fenómeno de acuerdo con la teoría ondulatoria. Aceptábamos en ese tiempo, como lo aceptamos hoy, el arrastre total del éter por la atmósfera de la tierra. No hemos podido concebir la refracción de la luz en las capas sucesivas de la atmósfera sin admitirlo.

Los experimentos de Michelson nos han parecido superfluos, pues para nuestra manera de ver, semejaban a la tentativa de medir la velocidad de un tren con un anemómetro colocado en el interior de un vagón cerrado. No nos fundábamos, pues, para esto, en el principio de la relatividad. No tenemos derecho de suponer en reposo absoluto el medio en el cual se propaga la luz; puede éste quizás desalojarse en el espacio con nuestra Vía Láctea, con relación al vehículo que transmite la gravitación, por ejemplo.

El estudio puramente cinemático que emprendimos entonces, nos condujo a una consecuencia legítima que nos pareció absurda en aquel tiempo, en virtud de que admitíamos *a priori* una hipótesis implícita que era falsa.

Ultimamente hemos tenido ocasión de leer un artículo del Profesor G. Castelnuovo: *Principe de relativité et fenomens optiques*, publicado en el Vol. IX, Año V (1911) de *"Scientia"*, y por el cual se ve que el problema propuesto a los físicos por el Profesor Gill no ha sido resuelto.

La laudable ambición de abarcar en una teoría general todos los fenómenos de la luz y del electromagnetismo, ha llevado a los físicos modernos demasiado lejos para poder dedicar su atención a un asunto, en cierto modo elemental, y han dejado sin respuesta esta cuestión, que interesa sólo a la ciencia astronómica.

Por ser de alguna utilidad en la determinación de las constantes de que habla el Profesor Gill, presentamos el estudio que hemos hecho, destinado a llenar una necesidad de carácter puramente astronómico, pero, a nuestro juicio, sin gran importancia en lo que respecta a la física de la luz.

Consideraciones generales.

Sea m la masa o cantidad de agente de una porción definida de onda luminosa, y v la velocidad con la cual se propaga el estremecimiento en un medio isótropo.

La masa individual m no se transporta en el espacio, sino el estremecimiento que la ha activado. Si a un instante t la onda ocupa una posición A y activa a una masa M, a otra instante t' ocupará la posición B y activará otra masa igual M. La intensidad de la luz varía, en efecto, en razón inversa del cuadrado de la distancia, y como la velocidad de propagación en el mismo medio es constante, resulta que habrá conservación de energía y de cantidad de movimiento a condición de conservarse constante la cantidad de masa vibrante, siempre que se considere como masa mecánica, esto es, como coeficiente de inercia. El estremecimiento se propaga en línea recta en un mismo medio y se refleja formando ángulos iguales de incidencia y de reflexión, de manera que cumple las condiciones de mínimo espacio y mínimo tiempo, de conformidad con el *principio de la menor acción.*

Por tanto, la energía que anima, a un instante dado, a la porción de masa m, se transporta sucesivamente activando masas individualmente distintas pero iguales en cantidad, y ese transporte cumple exactamente las mismas condiciones mecánicas que cumpliría una misma masa mecánica individual m animada de la misma velocidad, y siguiendo la misma trayectoria que el estremecimiento. Así se puede, en rigor, individualizar el transporte de la luz y estudiar su movimiento con las leyes de la Mecánica, cualquiera que sea la naturaleza de ese agente físico.

Cuando la luz pasa de un medio a otro, se verifica un fenómeno semejante al choque de cuerpos elásticos. La propagación en el segundo medio puede simbolizarse de la misma manera, pero no considerando ya la misma masa individual del primer medio, sino otra distinta que ha recibido la impulsión.

El rayo luminoso llega al ojo del observador después de sufrir una serie de refracciones sucesivas desde las primeras capas atmosféricas hasta la tierra. Habrá una primera capa en donde se refracta la luz, y es a esa capa a la que nos referimos en el presente estudio.

* * *

Sean P y P' dos posiciones de la onda luminosa separadas por un intervalo de tiempo igual a la unidad. La normal $L\,L'$ (figura 1) común, representará la dirección y magnitud

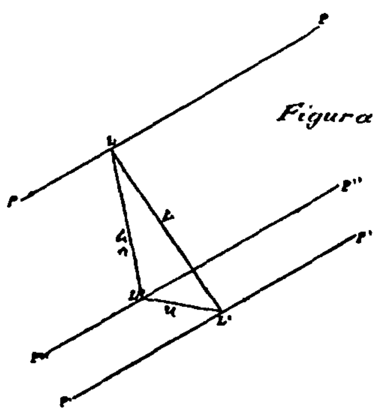


Figura 1

de la velocidad de la luz en el espacio interplanetario, así $LL' = V$

El transporte de la onda con relación a la tierra se puede considerar como el movimiento relativo de un plano que se halla animado de una traslación en el espacio con relación a otro sistema material animado también de un movimiento de traslación. En consecuencia, la cuestión se reduce a una simple composición de velocidades. Bastará aplicar a cada punto de la onda una velocidad $L'\,L''$ igual, paralela y contraria a la de la tierra.

La onda luminosa se mueve de P a P en la unidad de tiempo, de manera que un punto L de dicha onda, que recorre la dirección normal LL' (propagación de la luz), se moverá con relación a la tierra de P a P' en la misma unidad de tiempo, pero el punto L de la onda se transporta oblicuamente de L a L' (propagación relativa de la luz). Es éste un punto importante, sobre el que volveremos más adelante.

Sea (figura 2) AB la velocidad con la cual se propaga la luz en el espacio interplanetario, SS' la superficie de separación de la atmósfera de la tierra y del espacio; sea HB la velocidad de la tierra en el espacio, AH representará,

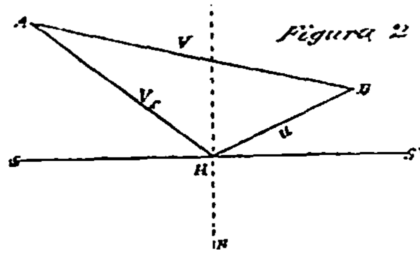


Figura 2

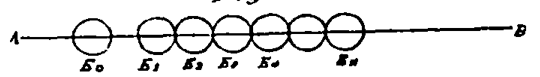
pues, la velocidad relativa de la luz, es decir, la velocidad $L\,L''$ de la figura 1. La individualización legítima que hemos hecho de la propagación del estremecimiento elástico o electromagnético, nos ha puesto en condiciones de determinar la trayectoria relativa de dicho estremecimiento de acuerdo con la Cinemática clásica.

Toda la actividad que anima a la materia móvil que cubre la corteza terrestre, proviene del sol y nos llega bajo la forma de radiaciones solares. Los efectos mecánicos de la luz se ponen de manifiesto por medio de un pequeño aparato llamado *radioscopio*, muy conocido.

Pero si aquello que nos llega bajo la forma de radiaciones luminosas es algo que se transforma en energía mecánica, es porque realmente es energía homogenizable, producto de masa mecánica por velocidad.

En la teoría balística la luz estaría constituída por masas animadas de velocidad; en la teoría elástica el mecanismo de la propagación consistiría en una sucesión de transformaciones de energía potencial en cinética, y recíprocamente, en la cual la masa activada avanza sucesivamente como en la teoría balística, pero con la diferencia de que no sería la misma masa individual sino masas sucesivas, como acontece en el sonido. En la teoría electromagnética la propagación se efectúa a causa de transformaciones sucesivas de la energía eléctrica en electrodinámica y recíprocamente, pero el lugar de la transformación avanza de manera continua como la masa balística o como la masa activada en la teoría elástica; pero todos estos diversos modos de considerar la luz poseen una identidad completa en lo que concierne a la propagación de la energía mecánica a través del espacio.

Figura 3



Para que se comprenda bien la idea que queremos expresar, nos serviremos de un símil grosero: Si a una bola de billar se le da una impulsión en el sentido AB (figura 3) ella recorrerá el espacio AB en cierto tiempo t al no hallar obstáculo alguno en su camino; pero si encuentra a una serie de bolas idénticas $E_1 E_2 E_3 \ldots E_n$ situadas en la línea recta AB y en contacto unas con otras, ella choca con la primera comunicándole la energía cinética de que estaba animada hasta quedar en reposo; la E_1 comprimida durante un intervalo (período de compresión) reacciona después sobre E_0 y E_2 de manera de anular el movimiento de E_0 y comunicar a E_2 la energía cinética de E_0 y así sucesivamente hasta E_n la que continúa el movimiento que traía E_0, como si aquélla no hubiese sido detenida por las bolas intermedias.

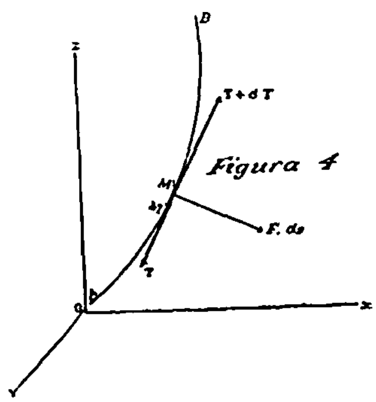


Figura 4

Considerada de esta manera la propagación de la energía, se ve que hay identidad mecánica en la manera como ella se propaga entre el punto de impulsión A y el punto de llegada B, sea que se considere una misma masa individual o una serie de masas intermedias.

Las fuerzas elásticas que se desarrollan en las bolas intermedias de nuestro ejemplo, nos son más desconocidas aún que las acciones eléctricas y electrodinámicas; nada, pues, cambia al considerar la propagación electromagnética en vez de la propagación elástica, en lo que concierne a la idea que queremos expresar.

Nos hemos permitido hacer estas indicaciones porque más de un lector extrañará el empleo de cantidades mecánicas en una cuestión de Optica; pero si se reflexiona que las radiaciones solares se transforman en la energía mecánica que utilizamos a diario, se echa de ver que es tan legítimo el empleo de las cantidades mecánicas, en lo que respecta al transporte de la luz, como lo es el de las electromagnéticas o elásticas. Por otra parte, las teorías ópticas se refieren al mecanismo íntimo de las acciones y reacciones del medio en donde se propaga la luz, como sucedería si se tratase de las deformaciones y de las fuerzas elásticas de las bolas de billar de nuestro ejemplo, y nó del transporte total de la energía.

Lo que llega a nuestra vista es propiamente una energía mecánica, la cual ha sido transportada, sea por una sola masa mecánica (hipótesis balística), sea por una serie de masas intermedias (hipótesis ondulatoria); pero de todos modos dicho transporte debe obedecer a las leyes más generales de la Mecánica, y es ésta la hipótesis que hacemos en nuestro estudio.

* * *

Aplicación del teorema de la menor acción a la propagación de la luz.

Antes de entrar en la aplicación del principio de Maupertius, recordaremos algunas cuestiones clásicas para mejor entendimiento de la teoría que vamos a tratar.

Principiaremos por recordar un problema que interesa directamente al asunto en cuestión.

a) Dados dos puntos A y B del espacio, hallar la curva que los une, de manera que a lo largo de ésta la integral

$$I = \int_{(A)}^{(B)} F(x,y,z)ds$$

sea mínima. La resolución de este problema se reduce a la integración de las ecuaciones

$$(1) \qquad \begin{aligned} d\left[F\frac{dx}{ds}\right] &= \frac{\partial F}{\partial x}ds \\ d\left[F\frac{dy}{ds}\right] &= \frac{\partial F}{\partial y}ds \\ d\left[F\frac{dz}{ds}\right] &= \frac{\partial F}{\partial z}ds \end{aligned}$$

b) Curvas funiculares—Sea AMB (figura 4) una curva funicular; $MM'=ds$ un arco infinitesimal solicitado por las tensiones T y $T+dT$ en sus extremos, y por Fds en su punto medio, siendo F la fuerza externa que actúa por unidad de longitud. Las ecuaciones diferenciales de la funicular son:

$$(2) \qquad \begin{aligned} d\left[T\frac{dx}{ds}\right] &= -Xds \\ d\left[T\frac{dy}{ds}\right] &= -Yds \\ d\left[T\frac{dz}{ds}\right] &= -Zds \end{aligned}$$

Si se proyectan las fuerzas sobre la tangente en el punto de aplicación de Fds se tendrá en cantidades de primer orden:

$$T+dT+Fds\cos(F,ds)-T=0$$

de donde

$$dT = -Fds\cos(F,ds) = -(Xdx+Ydy+Zdz)$$

Por tanto:

$$\frac{dT}{dx}=-X \qquad \frac{dT}{dy}=-Y \qquad \frac{dT}{dz}=-Z$$

Llevando estos valores a (2) se tendrá:

$$d\left[T\frac{dx}{ds}\right]=\frac{\partial T}{\partial x}ds$$

$$d\left[T\frac{dy}{ds}\right]=\frac{\partial T}{\partial y}ds$$

$$d\left[T\frac{dz}{ds}\right]=\frac{\partial T}{\partial z}ds$$

las cuales no son otra cosa que las (1) para

$$T=F(x,y,z).$$

Por tanto, la funicular es la curva que hace mínima la integral

$$\mathrm{I}=\int_{(A)}^{(B)} T ds$$

esto es, la curva que hace mínimo el trabajo de la tensión a lo largo de la curva.

c) Mínima acción: Sea un punto material de masa m el cual se mueve en un campo de fuerza en donde hay conservación de energía. Las ecuaciones de movimiento son:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=X \qquad m\frac{d^2y}{dt^2}=Y \qquad m\frac{d^2z}{dt^2}=Z$$

y

$$d(\tfrac{1}{2}mv^2)=Xdx+Ydy+Zdz.$$

Ahora bien, llamando $v=\frac{ds}{dt}$ la velocidad, y ds el arco de trayectoria, se tendrá:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=m.\frac{d\frac{dx}{dt}}{dt}=m\frac{d\left[v\frac{dx}{ds}\right]}{dt}=X$$

Pero se tiene también

$$X=\frac{\partial(\tfrac{1}{2}mv^2)}{\partial x}=mv\frac{dv}{dx}=v\frac{\partial(mv)}{\partial x}$$

por tanto

$$\frac{\partial(mv)}{\partial x}=\frac{X}{v} \qquad \frac{\partial(mv)}{\partial y}=\frac{Y}{v} \qquad \frac{\partial(mv)}{\partial z}=\frac{Z}{v}$$

Las ecuaciones de movimiento se harán, pues

$$d\left[mv\frac{\partial x}{\partial s}\right]=\frac{\partial(mv)}{\partial x}ds$$

$$(3) \qquad d\left[mv\frac{\partial y}{\partial s}\right]=\frac{\partial(mv)}{\partial y}ds$$

$$d\left[mv\frac{\partial z}{\partial s}\right]=\frac{\partial(mv)}{\partial z}ds$$

Comparando estas ecuaciones con (1) resulta que la trayectoria del móvil es la curva a lo largo de la cual la integral

$$\mathrm{I}=\int_{(A)}^{(B)} mv,ds$$

es mínima.

Existe, pues, una completa analogía entre las trayectorias y las curvas funiculares.

Una trayectoria es una curva funicular, cuya tensión en cada punto es la cantidad de movimiento de que está animado el móvil en virtud de las fuerzas externas que actúan sobre él, y la impulsión elemental de la fuerza exterior que actúa sobre el punto móvil representaría la fuerza que solicitaría al elemento ds de trayectoria, considerada como curva funicular.

Si en la curva funicular la tensión T ha de ser constante, el mínimo de la integral

$$\mathrm{I}=\int_{(A)}^{(B)} T ds$$

conduce a la mínima longitud, esto es, a la línea recta. Si en el movimiento se ha de conservar constante la cantidad de movimiento, la trayectoria será rectilínea.

Si llamamos w la sección del hilo en la curva funicular y T la tensión por unidad de área, la diferencial Tds se convierte en $Twds$ y llamando $du=wds$ el volumen elemental de l hilo, la integral se hará

$$\mathrm{I}=\int_{(A)}^{(B)} T du$$

Suponiendo constante la tensión T, por unidad de área, el mínimo de esta integral conduce al mínimo volumen de hilo funicular.

Si llamamos dt un intervalo infinitesimal de tiempo, se tendrá, en el movimiento del punto, $ds=vdt$. La diferencial $mvds$ se hará mv^2dt y la integral será

$$\mathrm{I}=\int_{(A)}^{(B)} mv^2dt.$$

Suponiendo constante la fuerza viva mv^2 del móvil, el mínimo de la integral conduce al mínimo tiempo gastado en recorrer el espacio (AB).

Las curvas funiculares se convierten en líneas poligonales cuando la fuerza que solicita al hilo no actúa de manera continua en todos los puntos de éste, sino que está concentrada en ciertos puntos. En estos casos no sería correcto aplicar el mínimo de la integral indicada. Sin embargo, a pesar de la discontinuidad de las fuerzas en los polígonos funiculares, se verifica el mínimo trabajo de tensión a lo largo del hilo. En efecto, supongamos una polea móvil sostenida por un cable. Dicha polea describe una elipse en el plano vertical, y el punto de equilibrio es el punto más bajo de la curva. Al dar un desalojamiento cualquiera a la polea, el peso asciende y este trabajo se efectúa a expensas de las tensiones.

Así como las curvas funiculares se convierten en líneas poligonales cuando la fuerza que solicita al hilo no obra de una manera continua en todos los puntos de éste, sino que se halla concentrada en ciertos puntos, así mismo las trayectorias de los móviles se convierten en líneas poligonales cuando el móvil no sufre de una manera continua la acción de una fuerza sino en determinados puntos del espacio.

En cada medio homogéneo la luz conserva su energía cinética, y, por tanto, la energía potencial será constante en el espacio ocupado por ese medio homogéneo; lo cual no implica que dicha energía sea la misma en otro medio diáfano distinto. Para que se comprenda lo que queremos expresar, supondremos, por ejemplo, que la naturaleza de la luz sea electromagnética. En esta hipótesis la energía electrostática podría ser la energía potencial, y la electrodinámica, la cinética. Ahora bien, el potencial electrostático del aire puede ser distinto del de el agua, y al pasar la luz de un medio al otro, su energía potencial cambiaría bruscamente de valor sin que por ello dejase de haber conservación de energía total, pues el cambio en la potencial sería compensado por otro cambio inverso en la cinética. Así, aun en caso de discontinuidad en la impulsión de la fuerza, puede verificarse la mínima acción como en los polígonos funiculares el mínimo trabajo de tensión.

La superficie de separación de dos medios es una superficie de nivel en lo que respecta al campo de fuerza, al cual se refiere la energía luminosa. En efecto, la luz cambia de dirección al atravesar esta superficie, lo que pone de manifiesto la acción de una fuerza sobre la propagación de la luz, la cual se manifiesta también en el cambio de velocidad. Ahora bien, la luz no cambia de dirección pero sí cambia de velocidad cuando se propaga normalmente, luego la fuerza actúa normalmente a la superficie. Así, pues, las líneas de fuerza son normales a la superficie de separación de dos medios diáfanos de diferente refrangibilidad.

Sean (m) y (M) dos medios diáfanos separados por una superficie (S). Como nuestro propósito no es el de hacer una teoría de la luz, no tenemos motivo para ocuparnos en dilucidar qué magnitud es la que representa en las teorías electromagnética o elástica aquello que es la masa mecánica que sirve a cada instante de vehículo a la energía luminosa. Consideremos una cierta cantidad de luz, para hablar en términos que no se comprometan con tál o cuál hipótesis particular sobre la naturaleza de ésta. Sabemos, por experiencia, que es energía, y como tál, homogenizable en producto de masa por cuadrado de velocidad. Ahora bien, como tratamos del transporte de la luz, debemos considerar el factor masa mecánica de la energía luminosa y la velocidad de transporte de dicha energía, sin que ello implique el que no puedan considerarse en la teoría de la luz otras cantidades distintas.

Al hablar de masa mecánica no queremos decir masa material, sino el factor de la aceleración en el sentido de la mecánica abstracta, o aun el cociente de la energía transportada por la mitad del cuadro de la velocidad, con la cual se transporta.

Sea, pues, m la cantidad de masa mecánica que transporta sucesivamente cierta cantidad de luz, y v la velocidad del transporte en el primer medio. Sean M y a las mismas cantidades en el segundo medio, de manera que M es la transformada de m al pasar la porción de luz del primero al segundo medio. El primer medio puede considerarse como un volumen de nivel cuyo potencial tiene cierto valor; el segundo medio es otro volumen de nivel a potencial distinto, y la superficie de separación de los dos medios es una superficie de nivel, es una superficie normal a las líneas de fuerza. Al pasar la luz de un medio al otro, se conservará, pues, intacta la cantidad de movimiento proyectada sobre el plano tangente a la superficie. Llamando I el ángulo de incidencia del rayo luminoso y R el de refracción, tendremos:

$$mv \text{ sen } I = Ma \text{ sen } R.$$

Por tanto

$$\frac{\text{sen } I}{\text{sen } R} = \frac{Ma}{mv}$$

Como lo veremos más adelante, la mínima acción impone la constancia de la relación $\frac{Ma}{mv}$ y esto mismo es lo que confirma la experiencia.

El índice de refracción es, pues, el cociente inverso de las cantidades de movimiento de la luz en los dos medios.

Si el medio (M) es el más refringente, tendremos, llamando n el índice de refracción de (M) con relación a (m)

$$\frac{Ma}{mv} = n \qquad n > 1.$$

Las cantidades de movimiento Ma y mv son, pues, distintas y debe actuar una impulsión P sobre la luz al atravesar la superficie que separa los dos medios Llamando P esta impulsión, tendremos

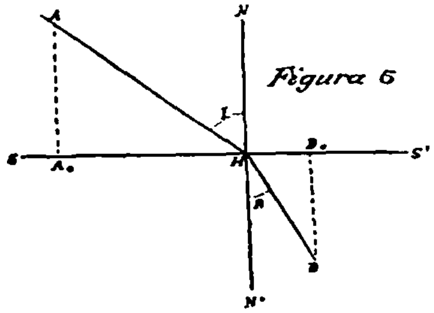
$$Ma - mv = P$$

o bien, puesto que $\frac{mv}{Ma} = \frac{1}{n}$

$$\frac{P}{M} = \frac{a(n-1)}{n}$$

La experiencia prueba que a y n son constantes, luego la impulsión por unidad de masa debe ser constante.

Sea A el punto del cual parte el rayo luminoso (figura 5) y H el lugar en donde encuentra a la



superficie ss' de separación de los dos medios. En H la luz encuentra otro medio en el cual se propaga con la velocidad constante a. Sean w y W las cantidades de movimiento de cierta porción de luz en el primero y en el segundo medio, respectivamente, de manera que W es la transformada de w al pasar al segundo medio.

Llamando s los trayectos recorridos en el primer medio y s' en el segundo: $S=AH$ y $S=BH$; la acción empleada por la porción de luz desde el punto de partida A hasta el de llegada B, será

$$I=\int_{(A)}^{(B)}(wds+Wds')-wS+WS'$$

pues w y W conservan valores constantes en AH y HB.

Vimos que $\frac{W}{w}=\frac{Ma}{mv}=\frac{\operatorname{sen} I}{\operatorname{sen} R}$. Llamemos n esta relación: tendremos

$$I=w(S+nS').$$

Llamemos $x=A_oH$ y $e=A_oB_o$ $I=AHN$ y $R=BHN'$, tendremos

$$dI=w(\operatorname{sen} I\, dx-n \operatorname{sen} R\, dx+S'dn).$$

o bien

$$dI=\left[\operatorname{sen} I-n \operatorname{sen} R+S'\frac{dn}{dx}\right]dx$$

y como

$dI=o$ y además: $\operatorname{sen} I=n \operatorname{sen} R$ se deberá tener que

$$\frac{dn}{dx}=0$$

es decir, que la relación $n=\frac{W}{w}$ debe ser independiente de x y, por tanto, independiente de la incidencia del rayo luminoso, lo cual se acuerda bien con el índice de refracción.

El principio de la menor acción se verifica, pues, en la transmisión de la luz, lo cual demuestra que hay conservación de energía. Si hubiese conservación de fuerza viva de transporte, se tendría $½Ma^2=½mv^2$

o sea

$$Ma^2=mv^2$$

es decir:

$$Wa=wv$$

de donde

$$n=\frac{W}{w}=\frac{v}{a}$$

y se vuelve al valor conocido del índice de refracción. Este valor del índice de refracción se explica muy bien en la teoría ondulatoria de la luz, según el concepto de Huygens. Corresponde al caso de ortogonalidad de la onda con la velocidad de propagación y a la conservación de la fuerza viva de transmisión.

Pero estas no son las circunstancias en el caso de refracción cuando hay movimiento relativo de los dos medios, en el cual, habiendo conservación de energía total, no hay conservación de la fuerza viva de transmisión.

En la luz debemos distinguir dos energías, a saber: la energía correspondiente al transporte de la luz o fuerza viva y la energía transversal. En el ejemplo que pusimos respecto de las bolas de billar, las esferas se deforman transversalmente en la compresión debida a la fuerza viva transmitida y, recíprocamente, la energía de deformación se transforma en fuerza viva. Estas energías desempeñan el papel de cinética y potencial, que se transforman mutua y sucesivamente. En la teoría elástica de la luz, la energía potencial sería debida a la deformación de las moléculas y la cinética al semiproducto de la densidad del medio por el cuadrado de la velocidad. En la teoría electromagnética, la energía potencial sería la energía eléctrica y la cinética la electrodinámica.

Estas energías son iguales, puesto que la transmisión se efectúa por cambios sucesivos de la una en la otra, y recíprocamente.

En el caso de movimiento relativo de uno de los medios con relación al otro, como sucede con la atmósfera de la tierra en su movimiento al rededor del sol, la energía cinética de la luz cambia de valor, según el ángulo de su propagación con el de la velocidad de la tierra.

Si llamamos m la masa mecánica y v_o la velocidad en el espacio, la energía cinética propia es

$$E_o=½mv_o^2$$

e igual valor tendrá la energía transversal, así:

$$T_o=½mv_o^2$$

Pero con relación a la atmósfera de la tierra, la energía cinética no es E_o sino E_1. Así:

$$E_1=½mv^2$$

en donde v representa la velocidad relativa. En cuanto a la energía transversal, ella conserva un valor constante, pues son circulaciones o vibraciones cuyas velocidades afectan en cada período direcciones iguales y opuestas, de lo cual resulta que la energía transversal, por efecto del movimiento relativo, solamente crece en la fuerza viva de la luz procedente de la velocidad u de la tierra; así:

$$T_1=T_o+½mu^2=½mv_o^2+½mu^2=½m(v_o^2+u^2)$$

esto es:

$$T_1 = ½ m v_o^2 \left[1 + \frac{u^2}{v_o^2}\right]$$

en donde u, velocidad de la tierra, es sensiblemente constante. Por otra parte, el valor de u es cerca de $10^{-4} v_o$; así $u^2 = 10^{-8} v_o^2$ y podemos prescindir de ese pequeño término, con el único objeto de simplificar las expresiones, sin alterar por ello en nada el rigor de los resultados. Pondremos, pues

$$T_1 = T_o = ½ m v_o^2.$$

Al contrario, si E_o representa la fuerza viva de transporte, y E_1 la relativa, se tendrá

$$E_o = ½ m v_o^2$$

$$\text{y } E_1 = ½ m v^2 = ½ m (v_o^2 - 2 v_o u \cos\beta + u^2)$$

la cual contiene a u en primer orden afectada de un coeficiente ($\cos\beta$) variable con la dirección del movimiento de la tierra.

Llamemos M la masa, y a la velocidad de transporte de la misma porción de luz después de refractada en el segundo medio. La velocidad a es una constante en el aire, pues según Maxwell, es $a = \sqrt{kk'}$ en donde k y k' son las constantes de las acciones eléctricas y magnéticas, las cuales dependen de las condiciones físicas del medio; podrán ellas variar y varían de una capa a otra de la atmósfera, pero son constantes para cada capa. Esto lo comprueba, además, el experimento de Michelson.

En la transmisión de la luz dentro de la atmósfera las dos energías serán iguales, así:

$$E = ½ M a^2 \quad \text{y} \quad T = ½ M a^2.$$

La conservación de la energía impone, pues, la igualdad

$$E_1 + T_o = E + T$$

o bien

$$½ m v^2 + ½ m v_o^2 = M a^2.$$

Pero mv^2 es diferente de $m v_o^2$; pues v es la velocidad de la luz con relación a la tierra y v_o con relación al éter. Llamando η la diferencia, tendremos

$$m v^2 = m v_o^2 + \eta$$

en donde el valor de η es muy pequeño, y puede ser positivo unas veces y negativo otras, según el ángulo de la velocidad de la luz y de la velocidad de la tierra. Así, como

$$2 M a^2 = m v^2 + m v_o^2$$

se tendrá

$$2 M a^2 = 2 m v_o^2 + \eta$$

o bien

$$M a^2 = m v_o^2 + ½ \eta = m v_o^2 \left[1 + {}^1/_2 \frac{\eta}{m v_o^2}\right]$$

Y como η es muy pequeño, se tendrá

$$\left[1 + ½ \frac{\eta}{m v_o^2}\right] = \left[1 + \frac{\eta}{m v_o^2}\right]^{½}$$

y por tanto

$$M a^2 = m v_o^2 \sqrt{1 + \frac{\eta}{m v_o^2}}$$

esto es:

$$M a^2 = \sqrt{m v_o^2}\sqrt{m v_o^2 + \eta}$$

o sea

$$M a^2 = \sqrt{m v_o^2}\sqrt{m v^2} = m v v_o$$

Se tendrá, pues

$$\frac{Ma}{mv} = \frac{v_o}{a} = \text{constante.}$$

Ahora bien, la cantidad de movimiento de la luz proyectada sobre el plano tangente a la superficie de separación de los dos medios es mv. Esto es, es la que proviene de la energía cinética relativa E_1, pues la energía transversal daría una cantidad de movimiento proyectada nula, por estar constituída por movimientos vibratorios en todos sentidos Así pues,

$$w = mv \quad \text{y} \quad W = Ma$$

por tanto,

$$\frac{Ma}{mv} = \frac{v_o}{a} = \frac{W}{w} = n.$$

Por consiguiente, el índice de refracción

$$n = \frac{\text{sen } I}{\text{sen } R}$$

en donde I representa la incidencia relativa de la luz, de conformidad con la teoría de la Aberración, es constante e igual a

$$\frac{v_o}{a} \quad \text{y no a} \quad \frac{v}{a}$$

Los astrónomos al usar la fórmula de la refracción, en el supuesto de índice dependiente sólo de las condiciones físicas de la atmósfera, han procedido correctamente y ninguna modificación debe hacerse a la teoría de la Aberración de la luz.

Respecto del concepto de Huygens, debemos hacer alguna observación. Según este concepto, la onda puede *indiferentemente* ser considerada como que parte del centro único en donde ha sido excitada, o como proveniente de la superposición de las ondas que parten simultáneamente de todos los puntos del lugar del estremecimiento en una época anterior. Este concepto ha sido sugerido por lo que acontece con las ondas en el agua; pero si en ésta se establece una pantalla con una ventanilla, la onda no sigue fragmentada en el tamaño de la ventanilla, sino que allí nace otra onda con su centro en la abertura. Al contrario, en la luz, una ventanilla estrecha deja pasar un haz del tamaño mismo de la ventanilla, fenómeno del cual ha surgido la noción de rayo luminoso. Este hecho no se puede explicar por el concepto de Huygens. La onda tiene su nacimiento solamente en el cuerpo luminoso y está constituída por los puntos del espacio en donde corresponde la misma faz vibratoria, y nada de extraño habría en el hecho de que en ciertos casos, como lo hicimos notar atrás, pueda dejar de ser normal a la propagación.